

FILTRES

**adret**  
**ae**  
electronique®

**FILTRES**

CHAPITRE IILES FILTRES

	<u>Pages</u>
<b><u>Première Partie : GENERALITES SUR LE FILTRAGE</u></b>	
<b>I - <u>INTRODUCTION</u></b> .....	1
1/ <u>Objet des filtres</u> .....	1
2/ <u>Classification des filtres</u> .....	1
a) <u>Classification par fonction</u> .....	1
b) <u>Classification suivant le domaine de fréquence</u> .....	2
c) <u>Classification suivant leur technologie</u> .....	2
3/ <u>Filtres passifs et filtres actifs</u> .....	3
a) <u>Définition</u> .....	3
b) <u>Domaine d'utilisation</u> .....	4
<b>II - <u>TYPES DE FILTRES</u></b> .....	4
1/ <u>Filtre idéal</u> .....	4
2/ <u>Filtre réel</u> .....	5
a) <u>Mise en forme du filtre réel</u> .....	5
b) <u>Gabarit du filtre réel</u> .....	6
c) <u>Temps de propagation de groupe</u> .....	7
<b>III - <u>FILTRE PROTOTYPE</u></b> .....	8
1/ <u>Normalisation des unités</u> .....	8
a) <u>Normalisation des unités de fréquence</u> .....	8
b) <u>Normalisation des unités d'impédance</u> .....	9
2/ <u>Transposition de fréquence</u> .....	10
a) <u>Réciprocité entre les types de filtres</u> .....	10
b) <u>Explication physique du filtre passe-bas</u> .....	11
c) <u>Transposition de la transmission passe-bas à passe-bande</u> ...	13
Cas de la transposition L à LC série .....	13
Cas de la transposition C à LC parallèle .....	14
d) <u>Application de la transposition de fréquence à la</u> <u>transposition des filtres</u> .....	15
3/ <u>Structure des filtres passe-bas</u> .....	16

Pages

4/ Problèmes de transmission et coefficients .....	18
a) Transmission et pôles .....	18
b) Coefficients multiplicateurs d'un filtre .....	18

Deuxième Partie : LA THEORIE MODERNE DES FILTRES

<b>I - <u>LES FILTRES DE BUTTERWORTH</u></b> .....	19
1/ Etude théorique .....	19
2/ Caractéristiques du filtre dans la bande transmise .....	20
3/ Caractéristiques en dehors de la bande passante .....	20
4/ Propriétés des filtres Butterworth .....	21
a) Coefficients du Butterworth .....	21
b) Inconvénients pratiques .....	24
c) Résumé des caractéristiques .....	24
<b>II - <u>LES FILTRES DE TCHEBYSCHIEFF</u></b> .....	29
1/ Etude théorique .....	29
Coefficients du Tchebyscheff	
2/ Caractéristiques des filtres de Tchebyscheff .....	31
3/ Propriétés des filtres de Tchebyscheff .....	32
a) Exemple pratique .....	32
b) Exemple de courbe d'atténuation .....	33
c) Abaque .....	37
d) Table des coefficients .....	38
<b>III - <u>LES FILTRES DE BESSEL</u></b> .....	42
1/ Etude théorique .....	42
2/ Réponse en amplitude et en temps de propagation de groupe .....	43
3/ Tableau des coefficients et courbes des filtres de Bessel .....	44
<b>IV - <u>METHODE GENERALE DE CALCUL DES FILTRES POLYNOMIAUX</u></b> .....	46
1/ Méthode générale de calcul .....	46
2/ Exemples de filtres à coefficients simples .....	47

	<u>Pages</u>
V - <u>FILTRES ELLIPTIQUES</u> .....	50
1/ Introduction aux filtres de Caueer (ou elliptiques) .....	50
2/ Caractéristiques des filtres elliptiques .....	52
3/ Table des coefficients, des zéros de transmission et d'atténuation .....	53
a) Abaque .....	54
b) Courbes de transmission .....	55
c) Table des coefficients .....	56
VI - <u>COMPARAISON DES TYPES DE FILTRES ETUDIES</u> .....	61
 <u>Troisième Partie : REALISATION PRATIQUE DES FILTRES</u>	
I - <u>DETERMINATION DE L'ORDRE D'UN FILTRE A PARTIR DU GABARIT</u> .....	63
II - <u>EXEMPLE COMPARATIF DE 3 FILTRES PASSE-BAS</u> .....	63
1/ Coefficients .....	64
2/ Asymptotes .....	64
3/ Courbes .....	64
4/ Avantages et inconvénients .....	65
5/ Valeur des éléments .....	67
III - <u>TRANSPOSITION DES FILTRES PASSE-BAS EN PASSE-BANDE</u> .....	68
1/ Rappels sur la transposition de fréquence .....	68
2/ Transposition des filtres en fonction de la bande .....	68
3/ Couplage des filtres transposés .....	72
a) Couplage capacitif en tête .....	72
b) Couplage selfique en tête .....	74
IV - <u>ADAPTATION DES FILTRES</u> .....	76
1/ Pertes d'insertions .....	76
2/ Adaptation de filtres à charge simple .....	80
V - <u>STRUCTURE DES FILTRES BANS LES CIRCUITS ELECTRONIQUES</u> .....	82
1/ Passe-bas .....	82
2/ Passe-bande large .....	85
3/ Passe-bande moyenne .....	85
4/ Passe-bande étroite .....	87
5/ Correction shunt-Peaking .....	89

	<u>Pages</u>
VI - <u>REGLAGE ET MISE AU POINT DES FILTRES</u> .....	91
1/ Réglage des filtres à couplage capacitif en tête .....	91
2/ Réglage des filtres à couplage selfique en tête .....	93
3/ Réglage des filtres transposés en bande moyenne .....	94
4/ Remarque importante .....	95
<u>Quatrième Partie : ANNEXE : FILTRES PARTICULIERS</u>	
I - <u>FILTRES A ONDES DE SURFACE</u> .....	96
1/ Introduction .....	96
2/ Les ondes acoustiques de surface .....	96
3/ Transducteurs pour micro-ondes acoustiques .....	98
4/ Les guides d'ondes .....	99
5/ Filtres pour micro-ondes acoustiques .....	102
II - <u>FILTRES A QUARTZ</u> .....	104
III - <u>FILTRES A CRISTAL YIG</u> .....	108
IV - <u>FILTRES PIEZO-CERAMIQUES</u> .....	110
V - <u>FILTRE DIGITAL</u> .....	111

## LES FILTRES

### 1ère Partie : GENERALITES SUR LE FILTRAGE

#### I - INTRODUCTION

##### 1/ Objet des filtres

Un filtre a pour but de laisser passer, dans un spectre de fréquence donné, une certaine bande de fréquence en éliminant les autres.

D'une manière générale, on dira qu'un filtre électrique est un circuit qui apporte une modification à l'amplitude ou à la phase des composantes spectrales d'un signal.

Un filtre est donc un sélecteur de fréquence, et la bande de fréquence transmise s'appellera la "bande passante" du filtre.

##### 2/ Classification des filtres

###### a) Classification par fonction

- Les filtres de radiocommunication.

Dans les récepteurs radio, on sélectionne une bande de fréquence par un filtre d'entrée, éliminant ainsi les signaux de fréquences différentes de celles de la bande choisie.

- Les filtres de modulation-démodulation.

Que les transmissions se fassent par câble ou par voie hertzienne, les signaux émis le sont presque toujours sous forme de modulation d'une fréquence porteuse ; il est alors nécessaire de limiter au maximum le spectre des fréquences émises pour ne pas trop encombrer le support de transmission.

- Les filtres d'analyse spectrale.

Un des moyens courants d'analyse d'un signal est de déterminer son spectre de fréquence ; cette analyse peut s'effectuer à l'aide de filtres en "peignes" qui ne sont autres qu'une succession de filtres ne laissant passer chacun qu'une bande très étroite de fréquences.

- Les filtres améliorant le rapport signal/bruit.

Si l'on connaît le spectre de fréquence d'un bruit qui se superpose à un signal, il est possible d'améliorer la qualité du signal à l'aide d'un filtre centré sur celui-ci.

On peut ainsi améliorer le rapport signal/bruit en éliminant la bande indésirable.

- Les multiplicateurs de fréquences.

Un signal sinusoïdal, lorsqu'il est mis en forme par un circuit écrêteur par exemple, voit son spectre de fréquence s'enrichir de nombreuses fréquences harmoniques multiples de la fréquence fondamentale. Un filtre ne laissant passer que l'une de ces fréquences harmoniques transformera l'ensemble en un multiplicateur de fréquence.

#### b) Classification suivant le domaine de fréquence

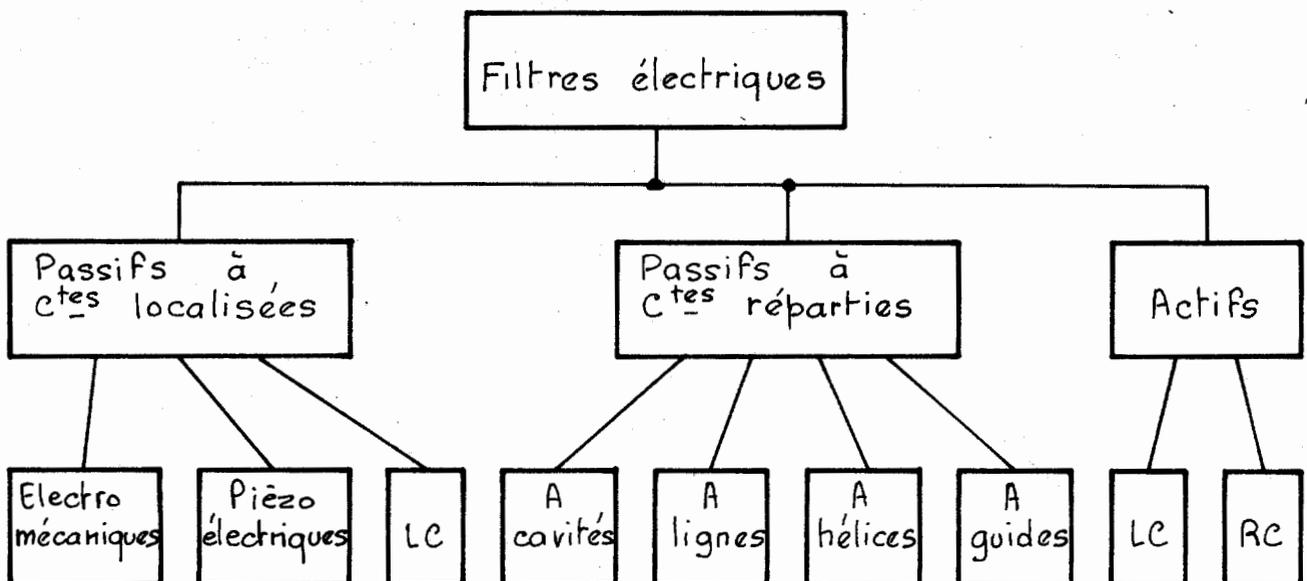
Les signaux électriques que l'on peut rencontrer, ont des spectres de fréquences pouvant varier d'infimes fractions de hertz jusqu'à plusieurs GHz.

Aussi distingue-t-on généralement ces filtres suivant le domaine des fréquences dans lequel ils agissent : filtres T.B.F., audiofréquences, hyperfréquences, etc..., mais cette classification s'exprime mieux par les différences des technologies qu'elles entraînent obligatoirement.

#### c) Classification suivant leur technologie

Tous les filtres ont en commun des circuits sensibles à une fréquence particulière, appelés résonateurs, dont la qualité sera exprimée par la valeur du coefficient de surtension. Suivant la gamme de fréquence et les performances du filtre à réaliser, les technologies des résonateurs varient considérablement.

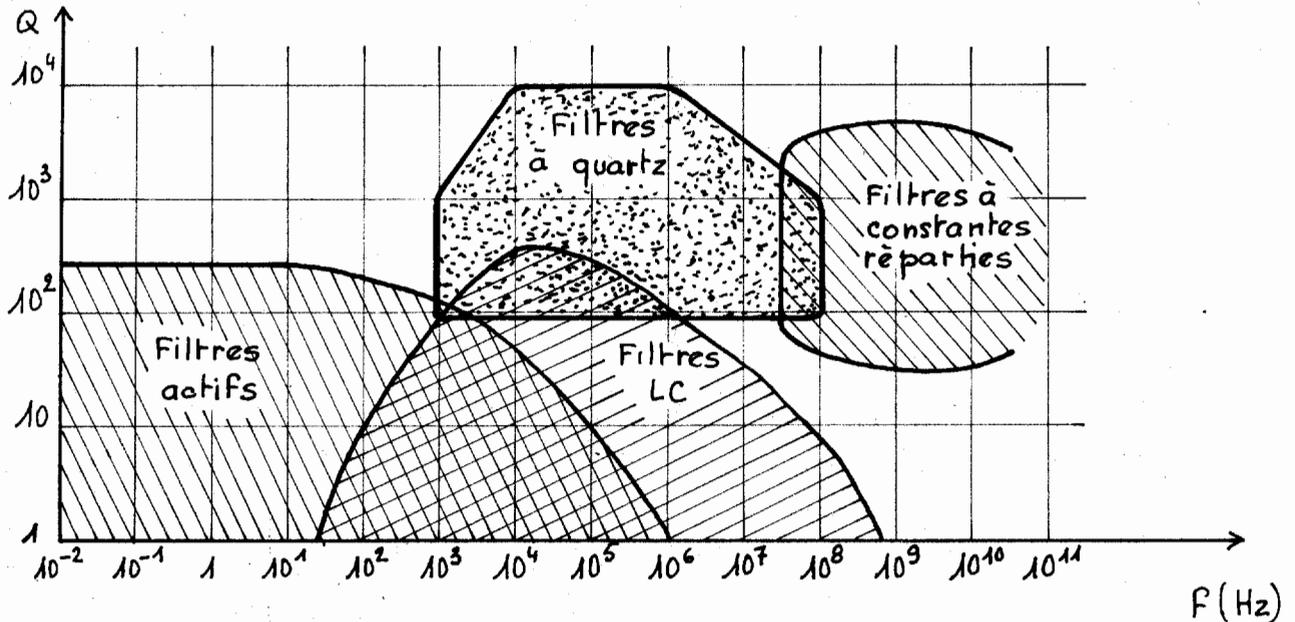
#### Classification des filtres électriques suivant leur technologie



Aux fréquences moyennes ( $10^2$  à  $10^7$  Hz), on rencontrera surtout des résonateurs LC ou encore des résonateurs piézoélectriques.

Aux fréquences élevées ( $> 10^8$  Hz), les résonateurs seront à constantes réparties ; ce seront les hélices, cavités, lignes coaxiales ou guides d'onde.

Domaine d'utilisation des principaux filtres (en ordonnée figure le coefficient de surtension des résonateurs utilisés).



### 3/ Filtres passifs et filtres actifs

#### a) Définition

Les résonateurs électromécaniques ou piézoélectriques sont basés sur un phénomène de résonance mécanique transformé en résonance électrique par un effet de conversion électromécanique.

Les résonateurs électriques (LC, à cavité, etc...) utilisent le phénomène d'échange d'énergie électrostatique et électromagnétique suivant les lois classiques de l'électromagnétisme.

Dans un cas comme dans l'autre, si le résonateur est excité par une source d'énergie extérieure, puis laissé au repos, il perd petit à petit l'énergie qu'il a stocké en oscillant à sa fréquence propre. L'amplitude de l'oscillation décroît plus ou moins vite suivant la valeur du coefficient de surtension. Le résonateur dissipe passivement l'énergie reçue comme par exemple un pendule auquel on aurait communiqué un mouvement initial.

Les filtres utilisant de tels résonateurs sont des filtres passifs.

Au contraire, lorsque l'on excite un résonateur constitué par des résistances et des capacités associées à des éléments actifs tels que des transistors par exemple, ces derniers fournissent au circuit une énergie plus ou moins importante, qui s'oppose à la décroissance de l'oscillation initiale. A la limite, si cette énergie est trop importante, une oscillation naît et s'entretient spontanément : le résonateur possède alors un coefficient de surtension infini. C'est un oscillateur.

Les filtres utilisant de tels résonateurs sont des filtres actifs.

Nous retiendrons les définitions suivantes : si un filtre reçoit de l'énergie d'une source interne, c'est un filtre actif. Dans le cas contraire, c'est un filtre passif.

### b) Domaine d'utilisation

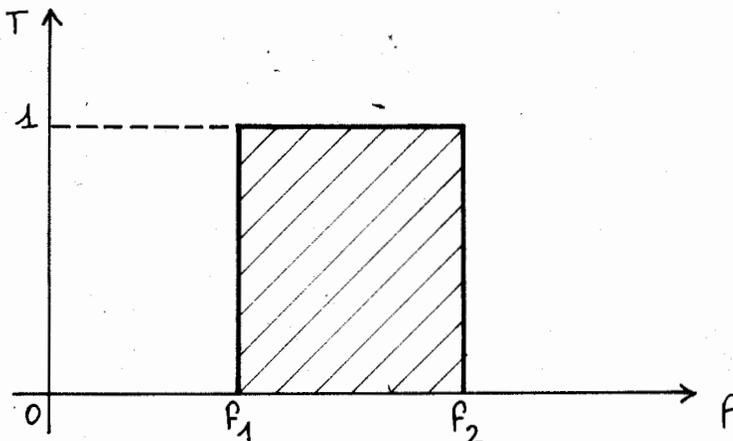
Lorsque les fréquences sur lesquelles agit un filtre sont très basses, les résonateurs électriques ou électromécaniques présentent de graves inconvénients : les inductances deviennent lourdes, volumineuses, coûteuses et de mauvaise qualité. Les résonateurs électromécaniques, s'ils sont de meilleure qualité, sont encore plus encombrants et coûteux. Les résonateurs actifs n'utilisant que des résistances et des capacités sont alors de loin ceux qui permettent d'obtenir les meilleures performances.

Les filtres actifs sont donc ceux qui conviennent le mieux dans le domaine des très basses fréquences.

## II - LES TYPES DE FILTRES

### 1/ Filtre idéal

Un filtre idéal serait celui qui transmettrait toutes les composantes utiles d'un signal (entre  $f_1$  et  $f_2$ ) sans atténuation (c'est à dire avec une transmission de 1) et sans déphasage, tout en éliminant les autres.



## 2/ Filtre réel

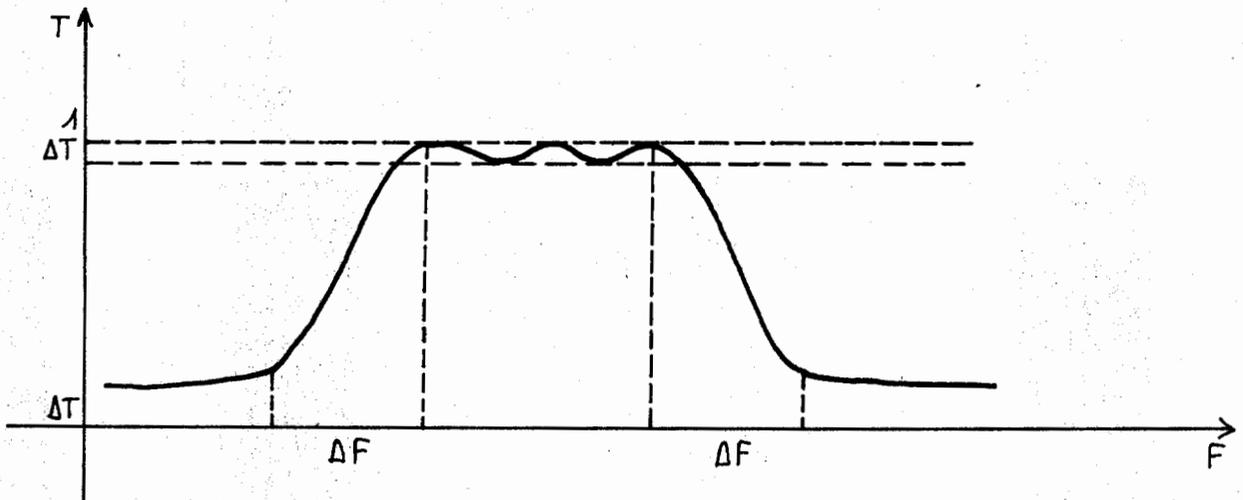
Le filtre idéal ne peut pas exister car un système physique ne peut pas s'établir instantanément ; il n'y a pas de discontinuité dans le temps.

### a) Mise en forme d'un filtre réel

Pour avoir une transmission égale à 1, le filtre ne doit pas être dissipatif, il ne doit donc comporter que des éléments réactifs pour lier l'impédance réelle d'entrée à l'impédance réelle de sortie (charge).

Les circuits réalisables en pratique présentent trois imperfections :

- l'atténuation en bande passante n'est pas nulle ;
- la transmission entre la bande passante et les bandes coupées ne se fait pas brusquement mais de manière progressive ;
- l'atténuation en bande coupée présente une valeur finie.



On voit qu'entre la bande transmise sans atténuation et la bande atténuée, il existe une bande de transition ; on déterminera la bande passante du filtre par les fréquences qui correspondent aux transitions où la transmission diminue de 3 dB.

(Pour cette valeur d'atténuation, un signal traversant un réseau RC ou RL présente un déphasage de  $-\frac{\pi}{4}$ ).

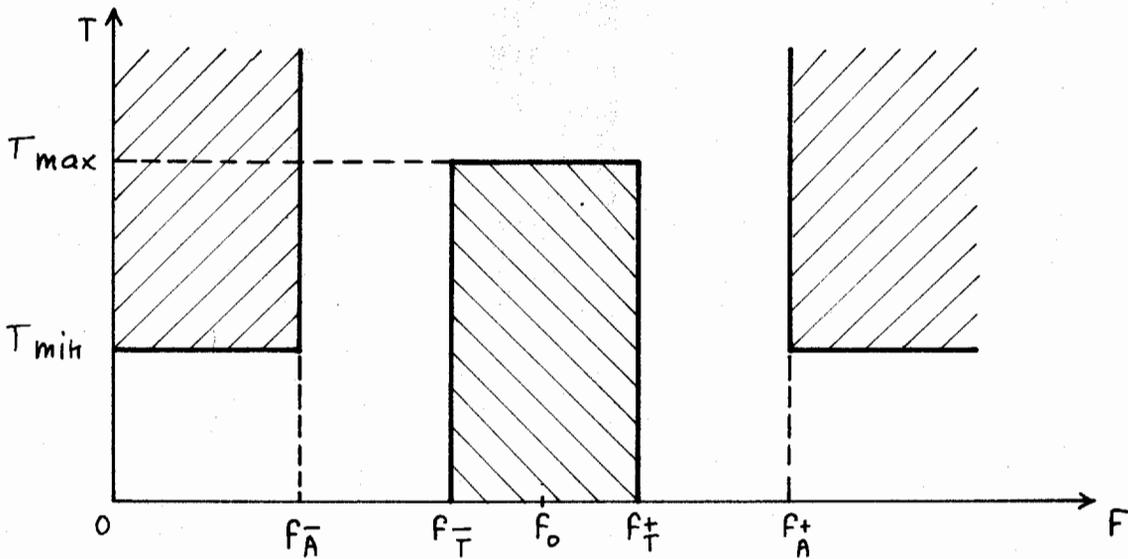
b) Gabarit d'un filtre réel

Plus le filtre réel se rapproche du filtre idéal et plus les bandes de transition sont étroites, à ce moment là, l'atténuation est à son maximum en dehors de la bande passante et à son minimum dans la bande passante.

La théorie des réseaux et l'expérience montre que plus un filtre réel se rapproche d'un filtre idéal, et plus il nécessite de composants.

La première étape de réalisation d'un filtre consiste donc à rechercher un compromis entre les performances définies et le nombre de composants correspondant.

Pour parvenir à ce but, on définit un gabarit à l'intérieur duquel la courbe d'affaiblissement du filtre devra se situer pour répondre au problème donné.



où  $f_A^-$  est la fréquence atténuée inférieure.

$f_A^+$  est la fréquence atténuée supérieure.

$f_t^-$  est la fréquence transmise inférieure.

$f_t^+$  est la fréquence transmise supérieure.

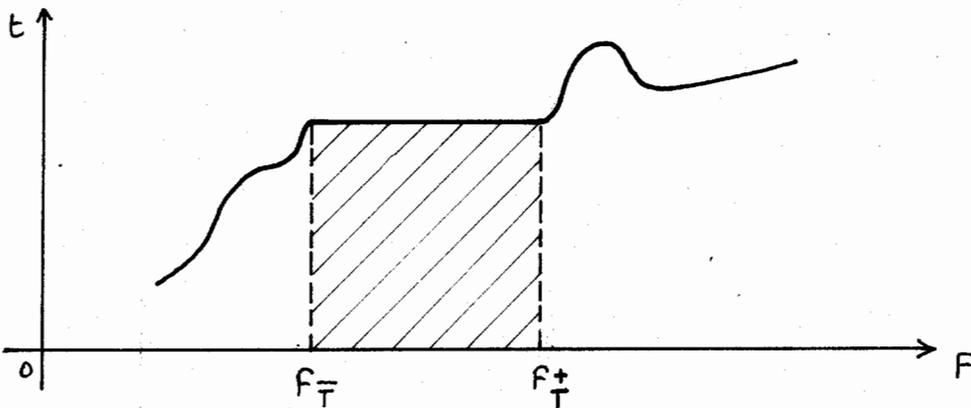
$f_0$  est la fréquence centrale du filtre.

c) Temps de propagation de groupe

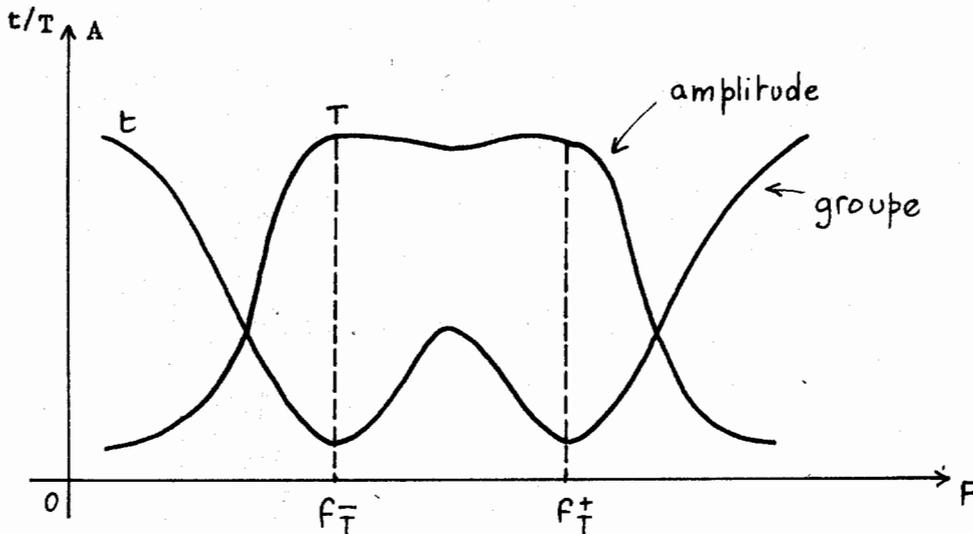
Le filtre réel fait subir aux composantes spectrales d'un signal non seulement des atténuations, mais également un déphasage variable avec la fréquence sur chacune de ces composantes. Pour qu'un réseau électrique transmette un signal sans déformation, il suffit qu'il lui fasse subir un retard constant.

Pour une composante du signal de pulsation  $\omega$ , ce retard se traduira par un déphasage  $\varphi = \omega t$  ou encore  $\frac{\varphi}{\omega} = t = c^{te} =$  temps de propagation de groupe.

La régularité du temps de propagation de groupe d'un filtre dans la bande passante reflète son aptitude à transmettre des signaux transitoires sans les déformer.



- Temps de propagation de groupe d'un filtre idéal.



- Courbe de réponse en amplitude et en temps de propagation de groupe d'un filtre réel.

### III - FILTRE PROTOTYPE

On a donc défini un gabarit à l'intérieur duquel doit s'inscrire la courbe de réponse du filtre à construire. On peut alors utiliser deux importantes simplifications qui permettent de ramener la réalisation de n'importe quel filtre à la réalisation d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure unité appelé filtre prototype. Ces simplifications sont la normalisation des unités de fréquence et d'impédance et la transposition de fréquence.

#### 1/ Normalisation des unités

##### a) Normalisation des unités de fréquence

Elle consiste à prendre comme unité de fréquence non plus le hertz, mais une fréquence particulière  $f$ .

Pour les filtres passe-bas et passe-haut, ce sera la fréquence de coupure  $f_c$  (ou la dernière fréquence "passée"), et pour les filtres passe-bande et coupe-bande, la fréquence centrale  $f_o$  telle que :

$$f_o = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$$

avec  $f_{c1}$  = fréquence de coupure basse.

$f_{c2}$  = fréquence de coupure haute.

La valeur normalisée de la fréquence sera le rapport  $F = \frac{f}{f_o}$  ou  $\frac{f}{f_c}$  suivant le cas.

Cette opération permet d'étudier tous les filtres dont les formes de courbes de réponses sont semblables, indépendamment de la valeur absolue de la fréquence de coupure.

Dans les graphes dont la variable est la fréquence, on portera en abscisse la grandeur  $F$  de pulsation :  $\Omega = 2\pi F$ .

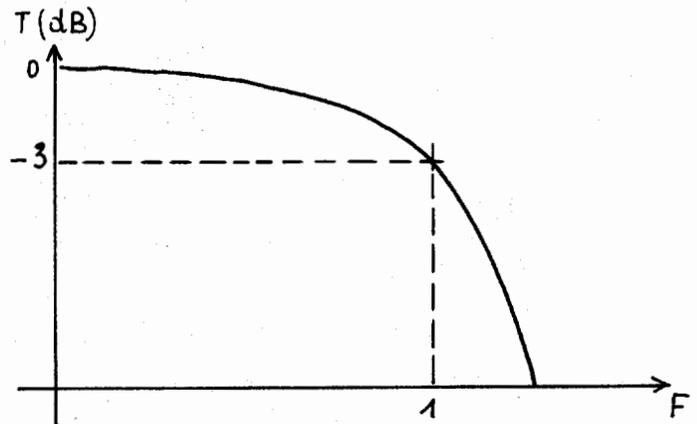
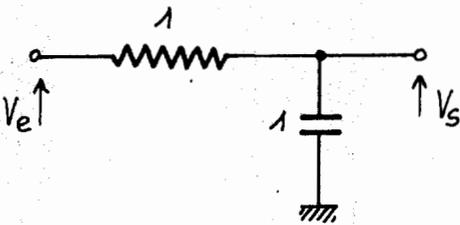
### b) Normalisation de l'unité d'impédance

On prend, en général, comme unité d'impédance une valeur particulière  $R_0$ , qui est généralement la résistance de charge du filtre ou la résistance interne du générateur.

Par exemple, un filtre ayant sa fréquence de coupure à 1000 Hz, constitué par une cellule RC, avec  $R = 600$  ohms, devra être associé à un condensateur de  $0,265 \mu\text{F}$  puisqu'une telle capacité présente une impédance de 600 ohms à 1000 Hz. Dans ce cas, la valeur normalisée des impédances sera :  $R = 1$ .

On voit que les valeurs normalisées s'expriment d'une manière plus simple et, d'autre part, tous les circuits d'un même type auront la même fonction de transfert et la même courbe de réponse si l'on prend comme unité de fréquence, la fréquence de coupure à 3 dB et comme unité d'impédance  $R$ .

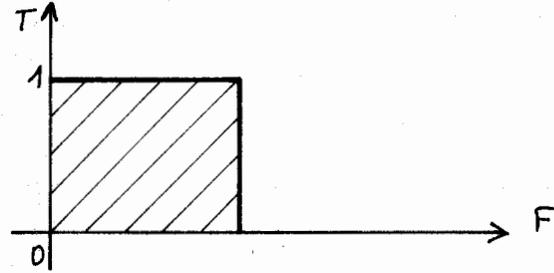
Dans l'exemple de la cellule RC, nous aurons :



2/ Transposition de la fréquencea) Réciprocité entre les types de filtres

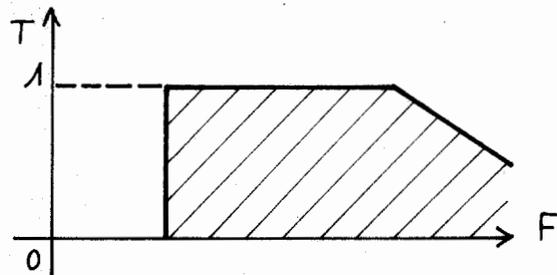
Dans le paragraphe 1 du chapitre II, nous avons montré ce qu'était un filtre idéal, de ce filtre on peut déduire 4 types caractéristiques :

- Le filtre passe-bas :

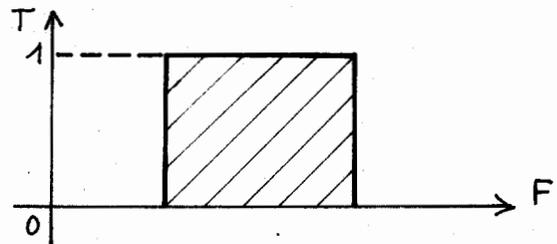


- Le filtre passe-haut :

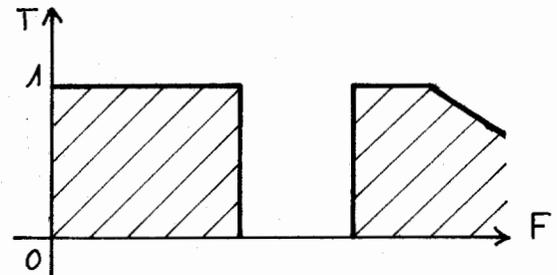
(qui ne peut être parfait car il ne peut pas laisser passer des fréquences infinies)



- Le filtre passe-bande :



- Le filtre coupe-bande :



Pour avoir une transmission égale à 1, le filtre ne doit pas être dissipatif ; il ne doit donc comporter que des éléments purement réactifs pour lier l'impédance réelle d'entrée à l'impédance réelle de sortie (charge).

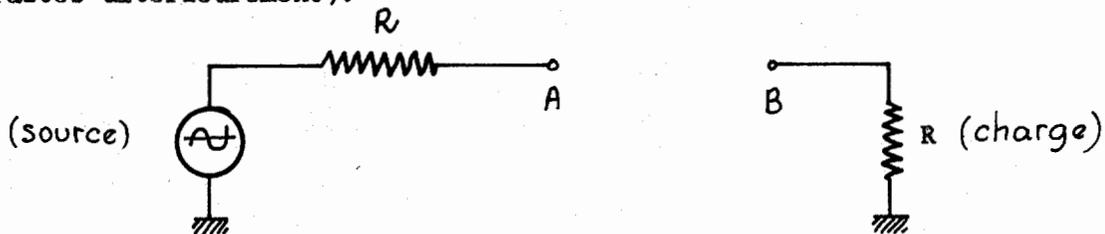
Si ces éléments sont purement réactifs, on inverse le spectre de fréquence en remplaçant les selfs par des condensateurs et les condensateurs par des selfs. Il y a donc réciprocity entre les filtres passe-bas et passe-haut, ainsi qu'entre les filtres passe-bande et les filtres coupe-bande puisqu'à la fréquence de coupure, l'impédance d'une self est la même que celle d'un condensateur ; les transmissions sont donc les mêmes dans les deux cas, mais suivent des variations inverses en fonction de l'évolution de la fréquence.

On peut donc se ramener à deux types de filtres :

- le passe-bas (qui par réciprocity donne le passe-haut) ;
- le passe-bande (qui par réciprocity donne le coupe-bande).

#### b) Explication physique du filtre passe-bas

Supposons que l'on ait une source de tension de résistance interne  $R$  et une charge de résistance  $R$  également (condition qui sera imposée dans toute l'étude, sauf quelques cas particuliers, liés à la parité du nombre de pôles qui seront traités ultérieurement).



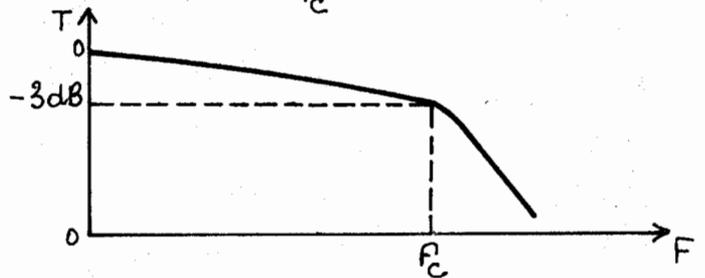
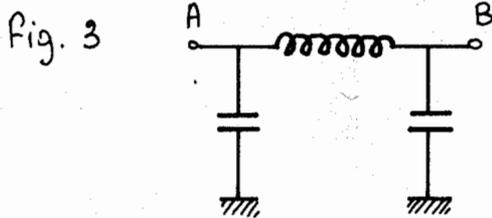
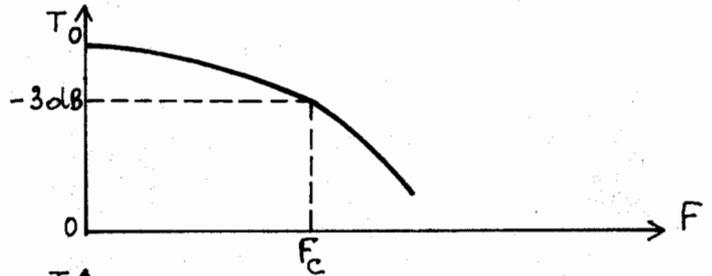
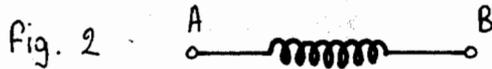
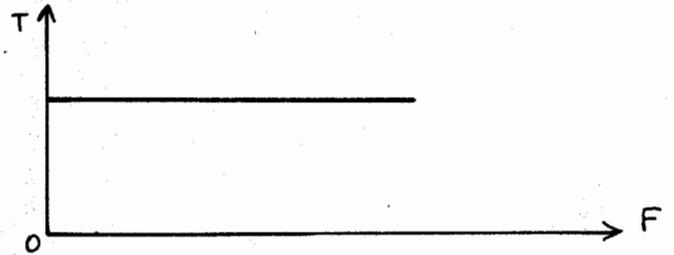
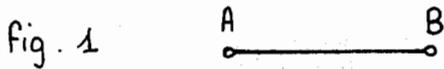
Cas 1 : Si entre A et B on met un court-circuit, il y aura transmission intégrale de toute la bande de fréquence.

Cas 2 : Si entre A et B on place une self  $L$ , il y aura une transmission qui décroîtra en fonction de la fréquence en suivant une pente de 6 dB/octave. A la fréquence de coupure, point à 3 dB d'atténuation qui correspond à un déphasage de  $45^\circ$ , on a :  $\omega L = 2R$ .

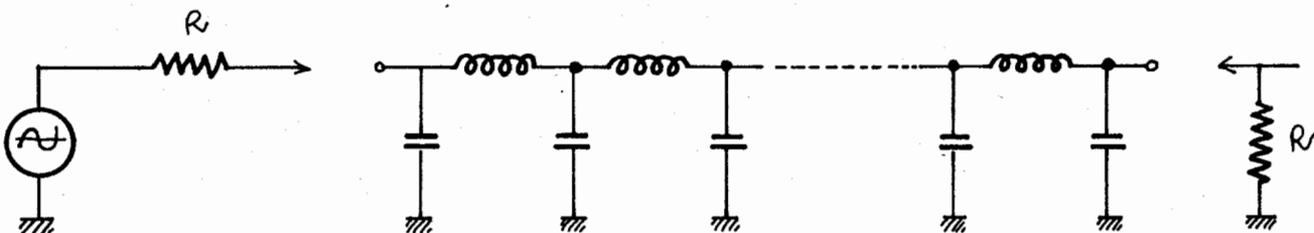
Cas 3 : En compliquant le circuit par adjonction de deux condensateurs (voir figure 3), la transmission en continu sera la même que dans le cas précédent.

Mais si l'on considère la fréquence de résonance de la self avec les deux condensateurs, on peut dire que l'on a un circuit oscillant que l'on attaque en A et dont la sortie est en B ; il y a donc transmission du signal à la fréquence de résonance de tous les éléments entre eux.

Le fait d'avoir seulement des condensateurs en parallèle ferait chuter le signal si la fréquence augmentait, le résultat serait le même en considérant la self série, mais, en fonction de l'amortissement, l'ensemble rend la transmission plus ou moins plate, ce qui permet d'aller plus loin en fréquence. Au-delà de la fréquence de résonance, l'atténuation sera de 18 dB/octave (6 dB apportés par la self et 6 dB par chaque condensateur).



Un filtre passe-bas devra donc être constitué d'éléments série dont l'impédance doit croître avec la fréquence, et d'éléments parallèle dont l'impédance doit diminuer avec la fréquence de façon à obtenir une chute de transmission avec l'augmentation de la fréquence. Le filtre passe-bas le plus simple sera donc constitué comme suit :





On démontre mathématiquement la propriété suivante :

Si l'on considère les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , pour lesquelles le circuit série prend en valeur absolue la même impédance que la simple self à la fréquence  $\omega$ , on obtient les relations suivantes :

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega$$

et

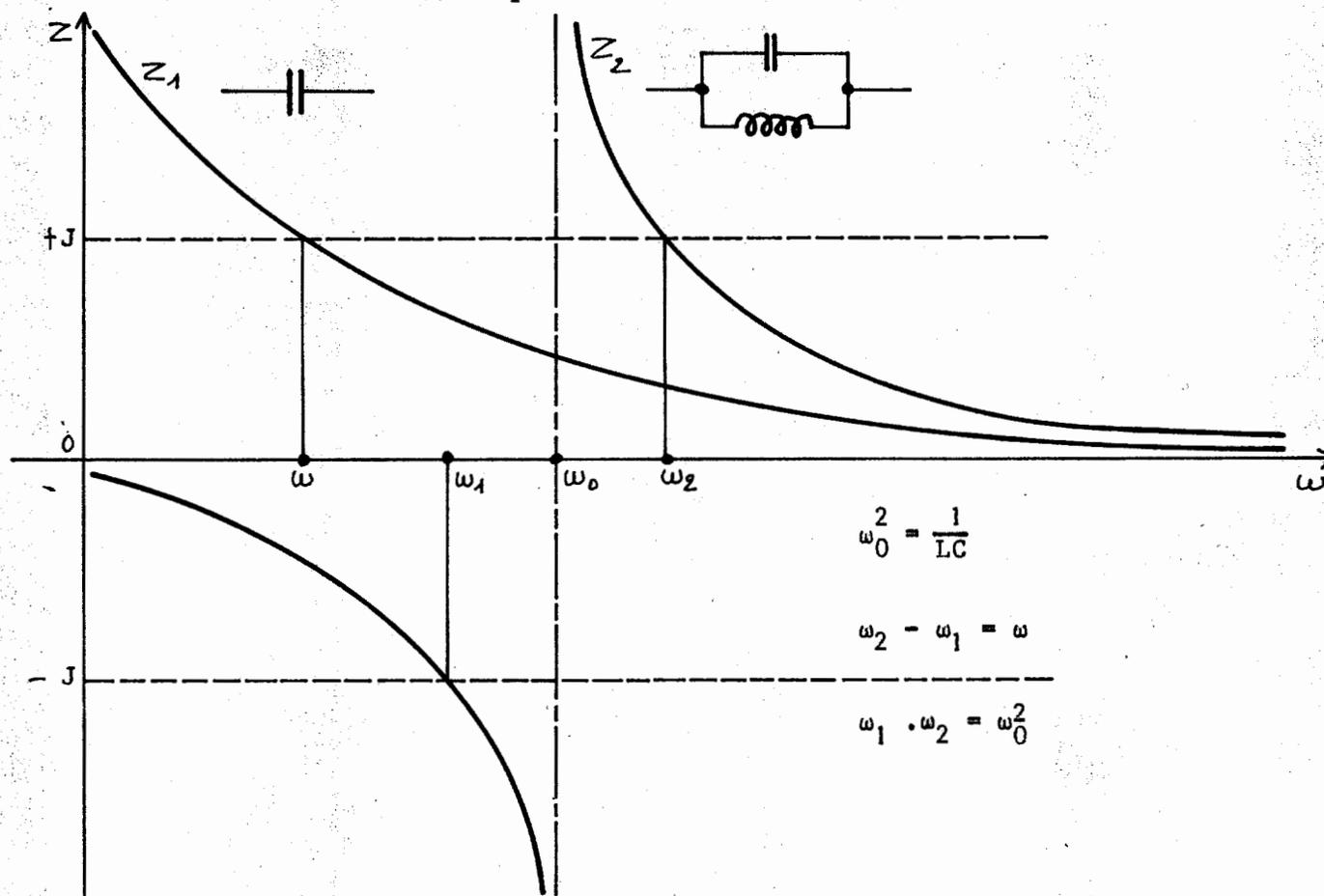
$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2$$

Ceci signifie que si l'on associe à une self un condensateur en série, le tout résonnant à  $\omega_0$ , il existe une bande de fréquence égale à la bande correspondant à la self seule pour laquelle le circuit série est, dans un domaine d'impédance absolue, égal à l'impédance de l'élément seul.

On en déduit donc que plus la fréquence augmente, plus la courbe  $Z_2$  tend à devenir une droite ; donc si  $\omega_0$  est grand devant  $\omega$ , on aura des impédances égales en valeur absolue pour des valeurs de  $\omega$  symétriques par rapport à  $\omega_0$ , et par le fait même la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique tendront à se confondre.

#### Cas de la transposition de C à LC parallèle

On peut également comparer un dipôle constitué d'un condensateur et d'un dipôle constitué du même condensateur mais shunté par une self ; on obtiendra des variations d'impédance en fonction de  $\omega$ , inverses du cas précédent, c'est à dire que le dipôle présentera une décroissance d'impédance en fonction de  $\omega$  et  $Z_2$  décroîtra (en valeur absolue) de part et d'autre de  $\omega_0$ .



Comme dans le cas précédent, pour les valeurs particulières de  $\omega$ , on aura les relations suivantes :

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega$$

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2$$

#### d) Application de la transposition de fréquence aux filtres

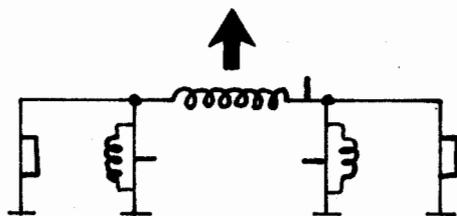
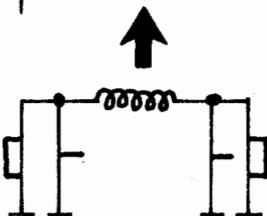
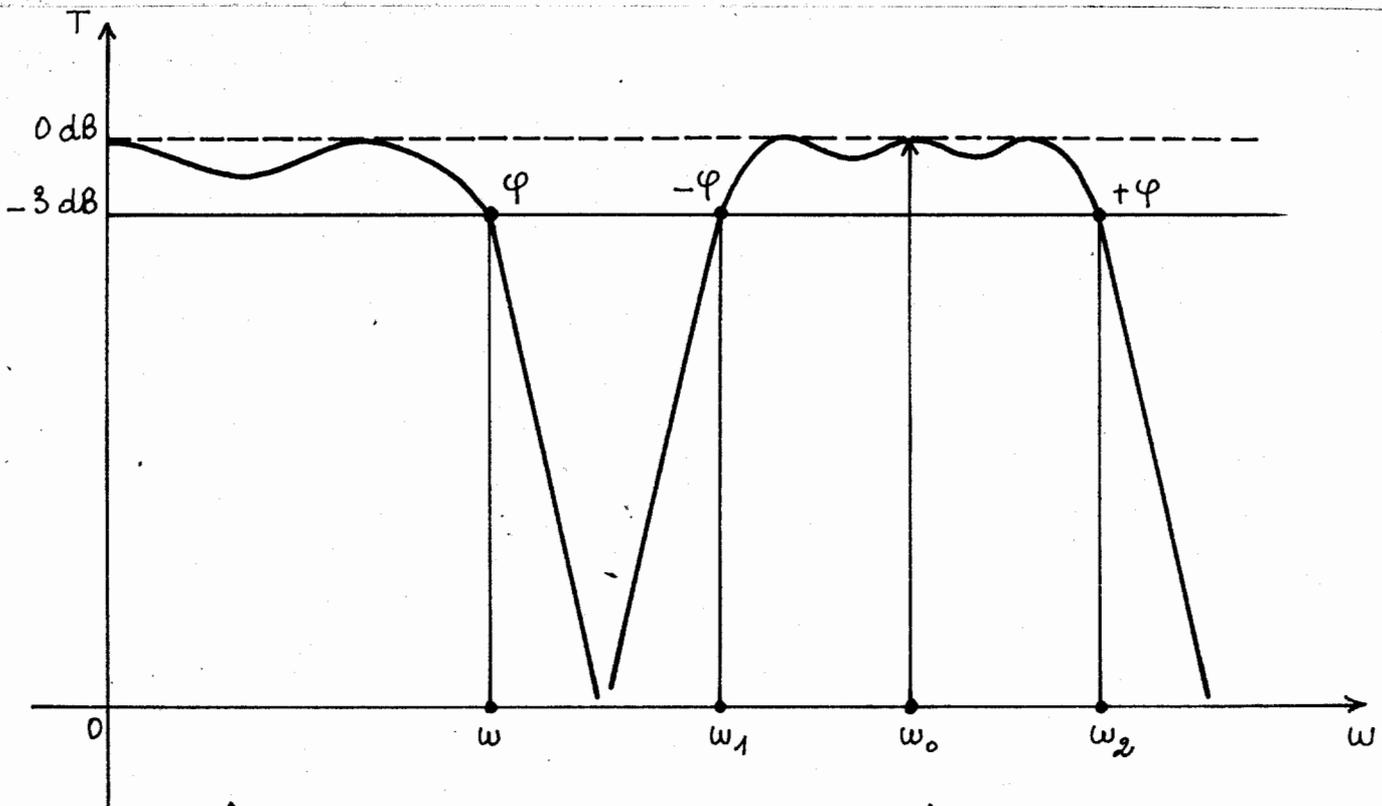
Soit un circuit formé de selfs et de condensateurs avec des impédances d'adaptation formant un filtre de caractéristique passe-bas donné.

Si l'on accorde sur  $\omega_0$  les selfs par des condensateurs placés en série, et d'autre part les condensateurs par des selfs en parallèle sur  $\omega_0$ , on obtient une courbe composite de transmission telle que pour chaque valeur de la transmission du prototype passe-bas correspondent les mêmes valeurs de transmission dans le filtre ainsi transposé en passe-bande, avec les relations fondamentales :

$$\omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2 \text{ et } \omega_2 - \omega_1 = \omega$$

Il va donc y avoir une symétrie dans la courbe de transmission du filtre passe-bande par rapport à  $\omega_0$  et chaque partie de cette courbe aura une forme identique à celle du filtre passe-bas mais comprimée en largeur puisque l'on respecte la relation :

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega.$$



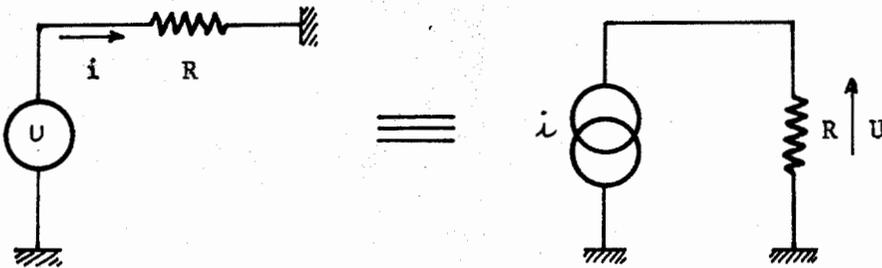
De même, en ce qui concerne le déphasage, à la fréquence de coupure supérieure  $\omega_2$  du filtre transposé, l'impédance est la même que celle du prototype passe-bas à  $\omega$ . En conséquence, si l'on a un déphasage  $\varphi$  à la fréquence  $\omega$  du prototype passe-bas, on retrouvera le même déphasage dans le filtre transposé à la valeur  $\omega_2$ , et comme à la valeur  $\omega_1$ , on a la même impédance qu'en  $\omega_2$  mais changée de signe, on aura un déphasage  $-\varphi$  pour cette valeur de  $\omega$ .

Il y a donc une symétrie dans le filtre transposé par rapport à  $\omega_0$  en ce qui concerne les valeurs absolues des déphasages.

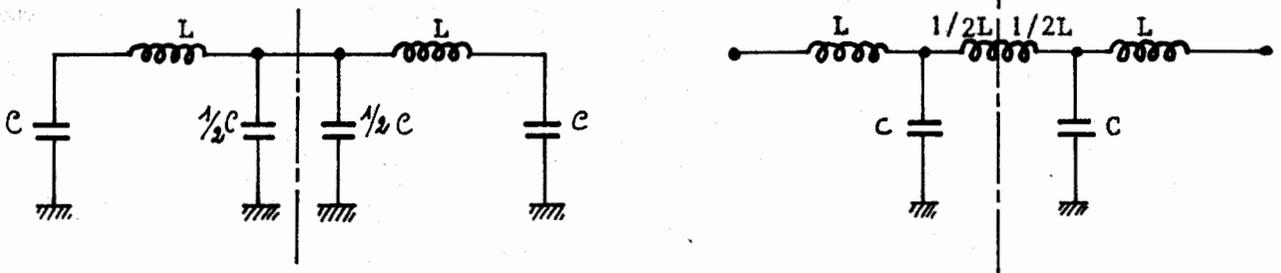
### 3/ Structure des filtres passe-bas

On considère que les filtres sont chargés aux deux extrémités par la même valeur de résistance ; c'est à dire que la résistance de charge sera égale à la résistance interne du générateur, et ceci quel que soit le mode d'attaque du filtre.

Ce qui est vérifié par la relation :  $i = \frac{U}{R}$  dans l'équivalence des deux montages suivants :



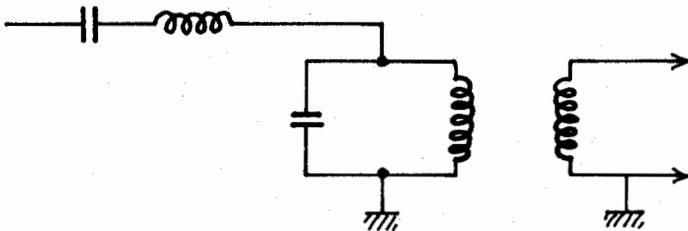
Un filtre passe-bas étant constitué de selfs série et de condensateurs parallèle, il y a deux structures de filtre possibles : la structure en  $\Pi$  et la structure en T.



Ces filtres étant formés par juxtaposition de  $\Pi$  ou de T, on obtiendra fatalement un nombre impair d'éléments. Il y aura donc symétrie dans la structure du filtre.

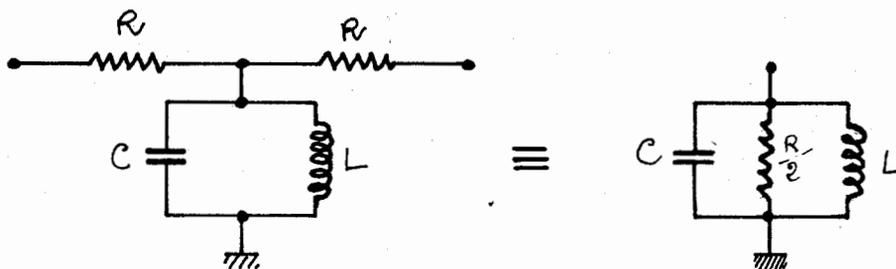
Dans nos études et réalisations, on retiendra la première solution (structure en  $\pi$ ), et ceci pour différentes raisons.

- Dans le système en T, il y a plus de self que dans le système en  $\pi$  ; or, les selfs sont moins précises et valent plus cher que les condensateurs. Elles sont aussi moins parfaites sur le plan électrique car un condensateur peut être pratiquement parfait avec un coefficient de surtension de plusieurs milliers tandis que la self n'a un coefficient de surtension que d'une centaine.
- Le montage en  $\pi$  a l'avantage d'avoir ses capacités à la masse, c'est à dire que l'on peut incorporer dans les condensateurs d'extrémité, les capacités parasites du montage réel dans lequel le filtre sera inséré.
- Si l'on effectue une transposition du filtre, on va placer un condensateur en série avec chaque self et une self en parallèle avec chaque condensateur ; ce qui fait qu'aux extrémités, non seulement on a l'avantage d'avoir un condensateur qui permet d'incorporer les capacités parasites du montage, mais en plus il y a possibilité d'insérer un enroulement secondaire sur la self, ce qui permet de réaliser un isolement continu ainsi qu'une adaptation d'impédance.



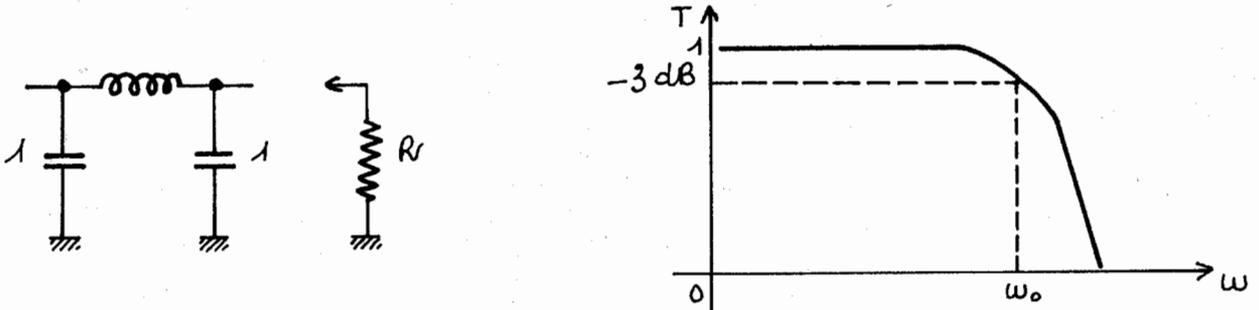
Les deux masses peuvent être à des potentiels continus différents.

- D'autre part, il y a une simplification de calcul avantageuse, si l'on considère le circuit élémentaire LC parallèle, on peut calculer directement la bande passante avec  $C$  et  $\frac{R}{2}$  et accorder  $L$  sur  $C$  à  $f_0$ .



4/ Problèmes de transmission et coefficientsa) Transmission et pôles

Considérons le circuit passe-bas suivant :



Tant que la transmission  $T$  est rigoureusement égale à 1, cela implique qu'il n'y a aucune perte dans le circuit ; la tension de sortie est donc égale à la tension d'entrée. Mais pour savoir ce qui se passe dans toute la bande, il faut connaître comment, vue de l'entrée, l'impédance  $R$  se trouve transposée, c'est donc une impédance image (image de l'impédance de sortie vue de l'entrée). Si cette impédance image est résistive, on peut placer à la suite les uns des autres plusieurs  $\pi$  sans modifier la transmission en bande, mais ceci n'est vrai que dans la partie de la bande où la transmission est très voisine de 1.

En pratique, on n'a des impédances purement résistives que dans une petite largeur de bande à laquelle correspond un affaiblissement très faible. Donc si l'on associe plusieurs éléments en  $\pi$ , on aura dans la bande des variations de transmission qui provoqueront une ondulation en bande et une atténuation indéfinie à  $\omega_0$ .

b) Coefficients multiplicateurs d'un filtre

Les coefficients d'un filtre (ou valeurs réduites) sont les coefficients multiplicateurs que l'on doit appliquer sur les valeurs de condensateur ou de self, calculées de telle sorte que la valeur absolue de l'impédance de la self et du condensateur soient égales à la valeur de la résistance  $R_0$  à la fréquence de coupure. C'est à dire que si la fréquence de coupure est  $f_0$ , on calcule :

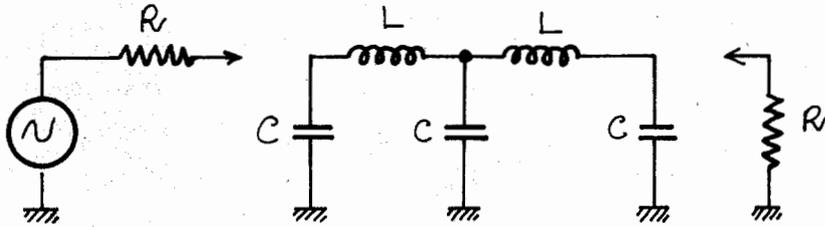
$$L_0 = \frac{R_0}{\omega_0} \text{ et } C_0 = \frac{1}{R\omega_0} .$$

On applique ensuite à ces valeurs de base, les coefficients multiplicateurs pour obtenir les valeurs réelles des éléments du filtre  $L = KL_0$  et  $C = KC_0$ .

## 2ème Partie : THEORIE MODERNE DES FILTRES

Si l'on a un filtre attaqué par une résistance  $R$ , comportant un certain nombre d'éléments  $L$  et  $C$  et se fermant sur une résistance  $R$ , on va s'imposer un certain nombre de conditions en bande et hors bande passante qui vont conditionner l'assemblage et les valeurs de ces éléments.

On est donc amené à étudier différents types de filtres suivant les caractéristiques recherchées.



### I - LES FILTRES DE BUTTERWORTH

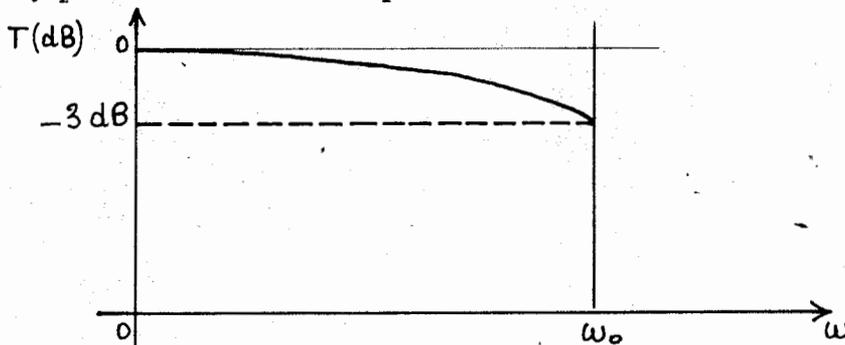
Dans ce type de filtre, la condition imposée est d'avoir une transmission la plus constante possible dans la bande passante. On les désigne par le qualificatif de "maximally flat" (platitude maximum).

#### 1/ Etude théorique

On cherchera à dimensionner les éléments réactifs  $L$  et  $C$  de telle sorte que la transmission (fonction de transfert) soit de la forme :

$$T = \frac{1}{\sqrt{1+F^{2n}}} \quad \text{où } n \text{ est le nombre d'éléments réactifs et } F \text{ l'unité de fréquence normalisée } \frac{f}{f_0}$$

C'est une courbe monotone puisque  $T$  ne peut que décroître en fonction de  $F$  et plus  $n$  sera grand, plus la courbe sera plate.

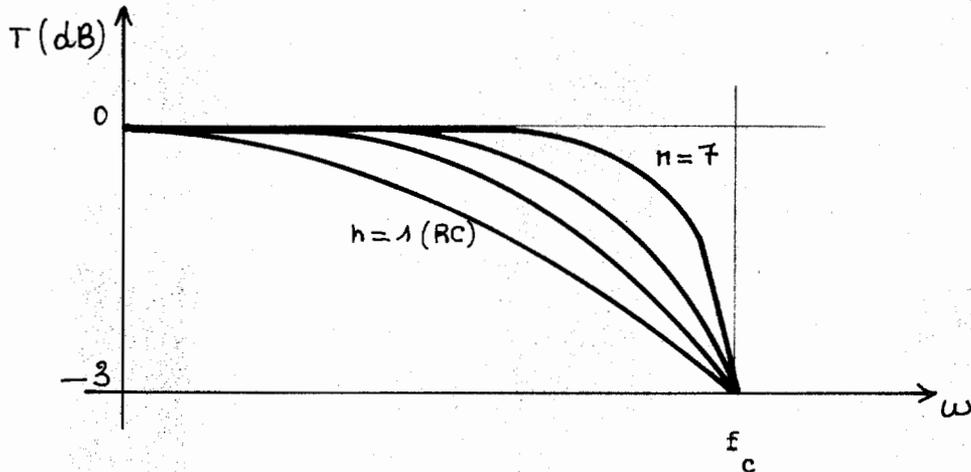


Cette courbe est également caractérisée par le fait qu'elle passe par la valeur  $-3$  dB à  $\omega_0$  puisqu'à cette fréquence  $F = 1$  donc  $T = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3$  dB.

Cette courbe est très importante car c'est par référence à elle que l'on chiffre le mérite des autres types de filtre.

## 2/ Caractéristiques du filtre dans la bande transmise

En fonction du nombre d'éléments, on aura des courbes de formes suivantes dans la bande transmise.



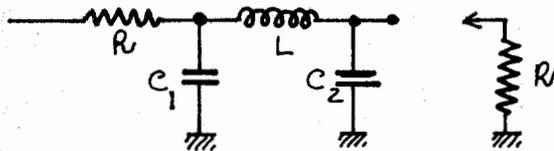
C'est à dire que plus  $n$  sera grand, plus on se rapprochera du gabarit du filtre idéal.

Par exemple, pour  $n = 1$ , c'est à dire un simple réseau RC ou RL, on aura pour  $F = 0,8$  une atténuation de 2,15 dB (soit à 800 kHz si  $f_0 = 1$  MHz) ( $F = \frac{f}{f_c}$ ).

Si  $n = 9$ , on aura 0,1 dB d'atténuation si  $F = 0,8$ .

## 3/ Caractéristiques du filtre en dehors de la bande passante

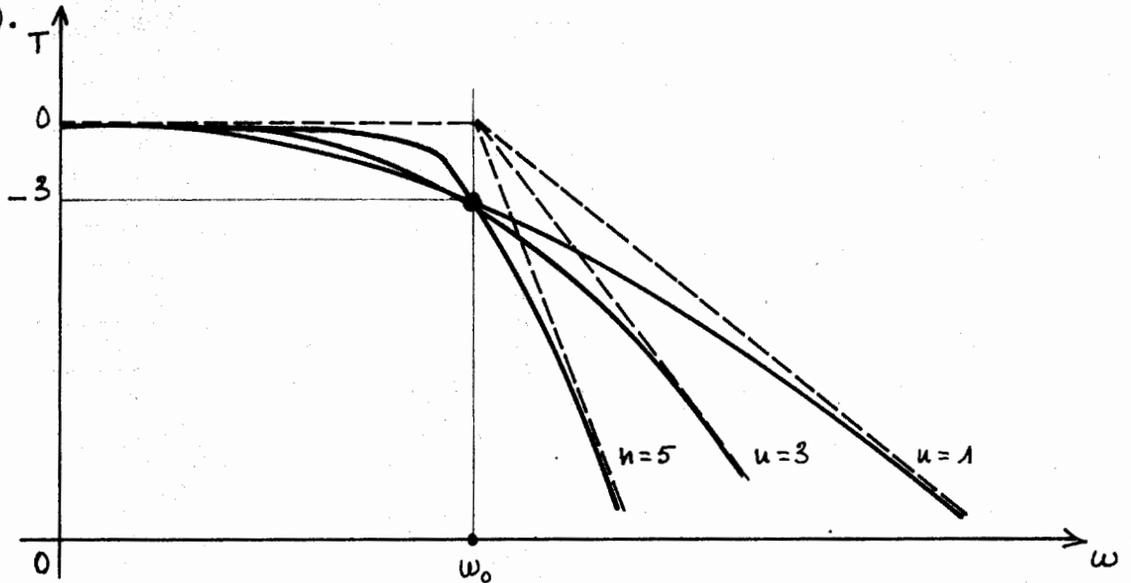
Si l'on considère le filtre à trois éléments suivant :



et que l'on se place loin de la fréquence de coupure  $f_0$ , on peut dire que l'impédance de chaque condensateur va devenir très petite devant l'impédance de la self et qu'à chaque fois que la fréquence doublera, il y aura une atténuation de 6 dB due à  $C_1$ , de 6 dB due à  $L$  et de 6 dB due à  $C_2$ .

La pente de la courbe de transmission sera donc, loin de la fréquence de coupure, de  $n$  fois 6 dB/octave.

Pour  $F \gg 1$  (dans la bande atténuée), on peut dire que  $T$  est de la forme  $\frac{1}{F^n}$ .  
 On a donc différentes courbes dont les pentes dépendent de  $n$  et qui sont de  $n$  fois 6 dB/octave. Ces droites convergent toutes vers le même point d'abscisse -fréquence de coupure- et d'ordonnée 0 dB où la transmission = 1 (courbes en pointillé).



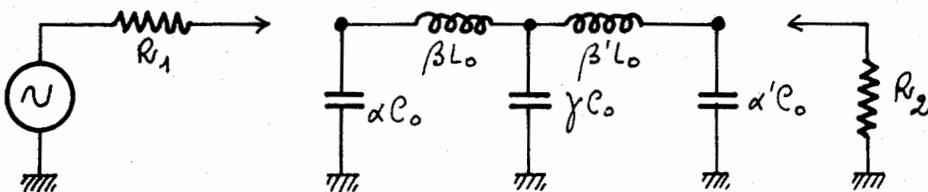
Les courbes réelles seront donc définies par :  $T = \frac{1}{\sqrt{1 + F^{2n}}}$  dans la bande passante ; elles passeront toutes par la valeur -3 dB à  $\omega_0$  et seront asymptotiques aux droites définies plus haut.

On peut donc dire, en première approximation, que à 3 dB près, on a une transmission égale à 1 dans la bande passante du filtre et que, au delà de  $\omega_0$ , on se situe sur une droite dont la décroissance est inversement proportionnelle à la fréquence à la puissance correspondant au nombre d'éléments ( $T = \frac{1}{F^n}$ ).

#### 4/ Propriétés des filtres Butterworth

##### a) Coefficients du Butterworth

Dans le cas des filtres Butterworth, le produit des coefficients est toujours égal à 2. Par exemple, dans le cas d'un filtre à 5 éléments, on aura les valeurs suivantes :

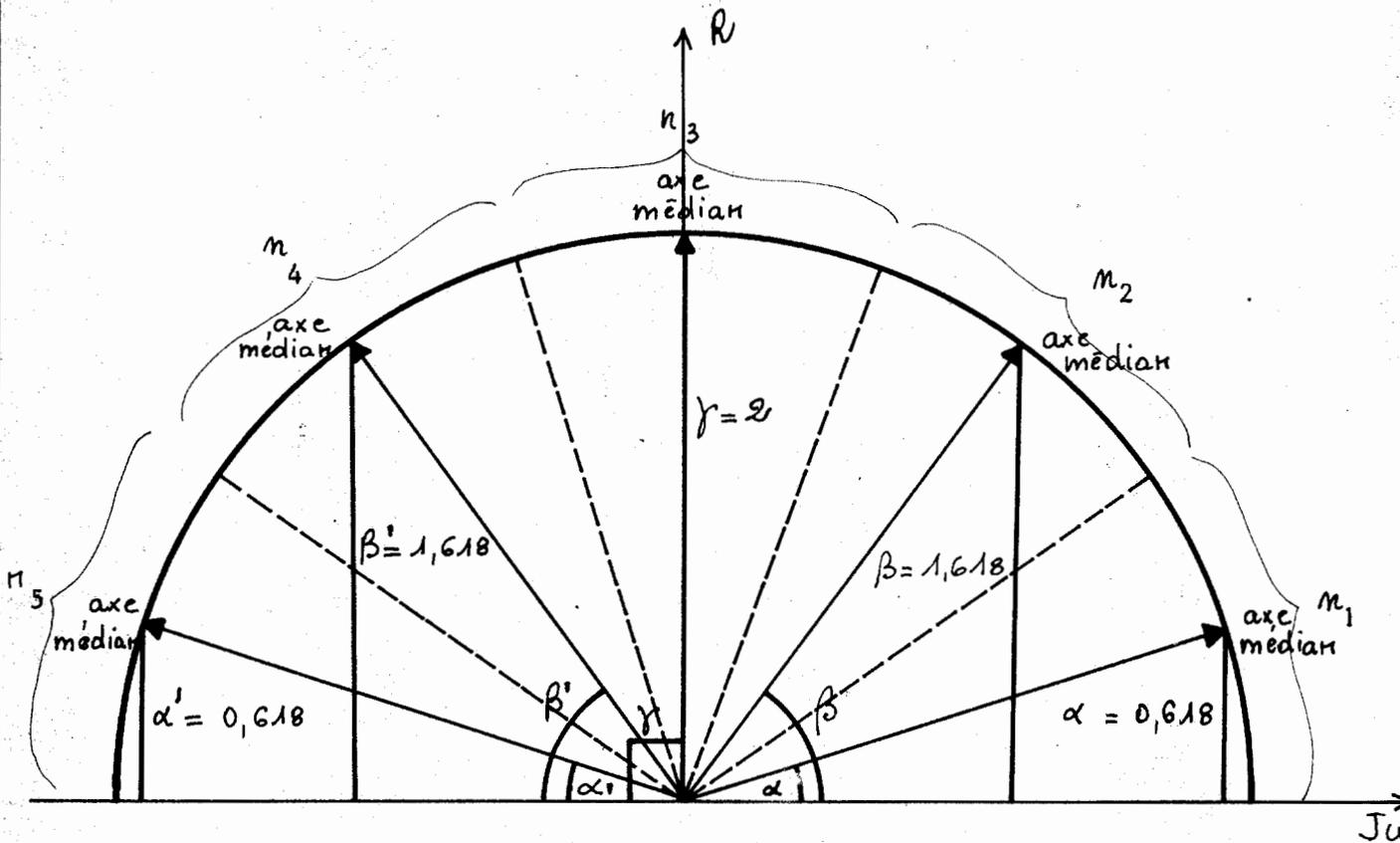


- Le produit des coefficients  $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \alpha' \cdot \beta' = 2$ .
- Le coefficient de l'élément central est toujours de valeur 2.
- La résistance interne  $R_1$  du générateur est la résistance de normalisation du filtre.
- La résistance de charge  $R_2$  égale la résistance de normalisation du filtre.

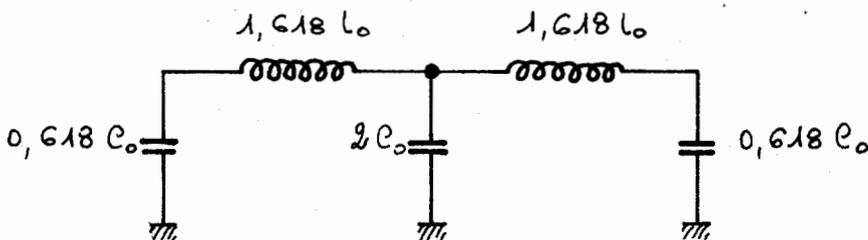
On peut obtenir la valeur des coefficients par construction géométrique. La méthode est la suivante :

On considère un demi-cercle de rayon 2 que l'on divise en autant de secteurs que de pôles ( $\Rightarrow n$  secteurs), et l'on trace ensuite les vecteurs médians de chaque secteur ; c'est à dire que les vecteurs sont séparés les uns des autres par des angles de  $\frac{\pi}{n}$ , sauf ceux des extrémités qui sont séparés par des angles de  $\frac{\pi}{2n}$  de la base du demi-cercle.

Les coefficients sont égaux aux longueurs des projections de ces vecteurs sur la base du demi-cercle.



Dans le cas du filtre 5 éléments représenté, on aura les coefficients suivants :



D'une manière générale, on peut dire que les coefficients du filtre sont égaux à deux fois le sinus des angles formés par les vecteurs médians des  $n$  angles correspondant aux  $n$  pôles :

Soit $n$ pôles :	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\dots$
auxquels correspondent les angles suivants :	$\frac{1\pi}{2n}$	$\frac{3\pi}{2n}$	$\frac{5\pi}{2n}$	$\frac{7\pi}{2n}$	$\frac{9\pi}{2n}$	$\dots$

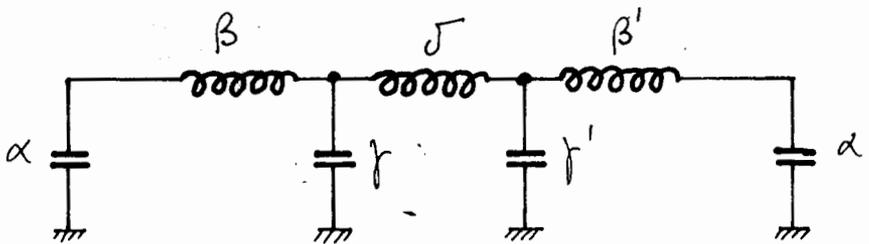
Puisque le coefficient de l'élément central du filtre est toujours égal à 2, il est évident que ce coefficient correspondra à un angle de  $\frac{\pi}{2}$ . En reprenant le tableau précédent, si  $n = 3$ , l'élément central sera le second indiqué sur le tableau, soit :

$$\frac{3\pi}{2n} = \frac{3\pi}{2 \times 3} = \frac{\pi}{2} ; \text{ si } n = 5, \text{ l'élément central sera le troisième :}$$

$$\frac{5 \cdot \pi}{2 \cdot n} = \frac{5\pi}{2 \cdot 5} = \frac{\pi}{2} ; \text{ etc...}$$

Exemple, pour un Butterworth 7 éléments on aura les coefficients suivants :

Ordre	1	2	3	4	5	6	7
Coefficient	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\gamma'$	$\beta$	$\alpha'$
Angle	$\frac{1\pi}{2 \times 7}$	$\frac{3\pi}{2 \times 7}$	$\frac{5\pi}{2 \times 7}$	$\frac{7\pi}{2 \times 7}$	$\frac{5\pi}{2 \times 7}$	$\frac{3\pi}{2 \times 7}$	$\frac{1\pi}{2 \times 7}$
Valeur coefficient	$2\sin \frac{\pi}{14}$	$2\sin \frac{3\pi}{14}$	$2\sin \frac{5\pi}{14}$	$2\sin \frac{\pi}{2}$	$2\sin \frac{5\pi}{14}$	$2\sin \frac{3\pi}{14}$	$2\sin \frac{\pi}{14}$
-	0,445	1,247	1,802	2	1,802	1,247	0,445



### b) Inconvénients pratiques

En bande passante, même si la pente est régulière, on a une perte de 3 dB à la fréquence de coupure.

Pour une bande passante donnée, si l'on veut savoir l'impédance maximale possible du filtre, on est limité par le fait que les capacités d'extrémités du filtre ne peuvent descendre en dessous de la valeur des capacités parasites du montage. On a donc intérêt à avoir une structure de filtre dans laquelle les coefficients d'extrémités du filtre soient les plus grands possibles. Or, dans le cas du Butterworth, plus le nombre d'éléments augmente, plus les coefficients d'extrémité diminuent. Ce qui représente donc une limitation dans le nombre d'éléments du filtre.

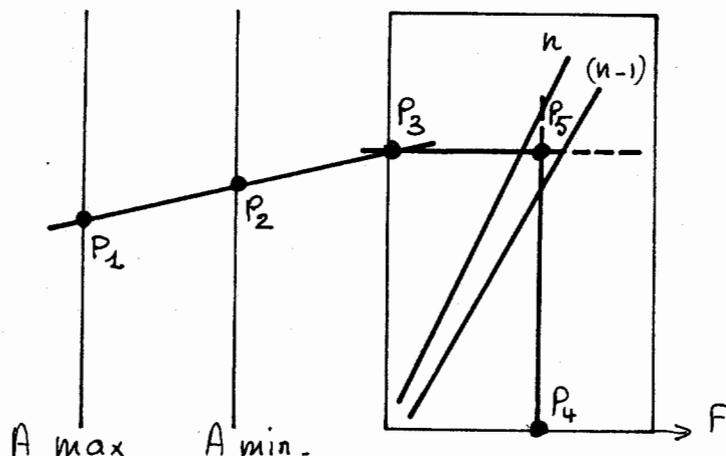
### c) Résumé des caractéristiques - tables et courbes

- Le produit des coefficients est égal à 2.
- Le coefficient de l'élément central a pour valeur 2.
- La valeur des coefficients d'extrémités diminue avec n.
- Ils présentent une perte de 3 dB dans la bande passante.
- Le déphasage  $\varphi_{\omega 0} = n \frac{\pi}{4}$ .

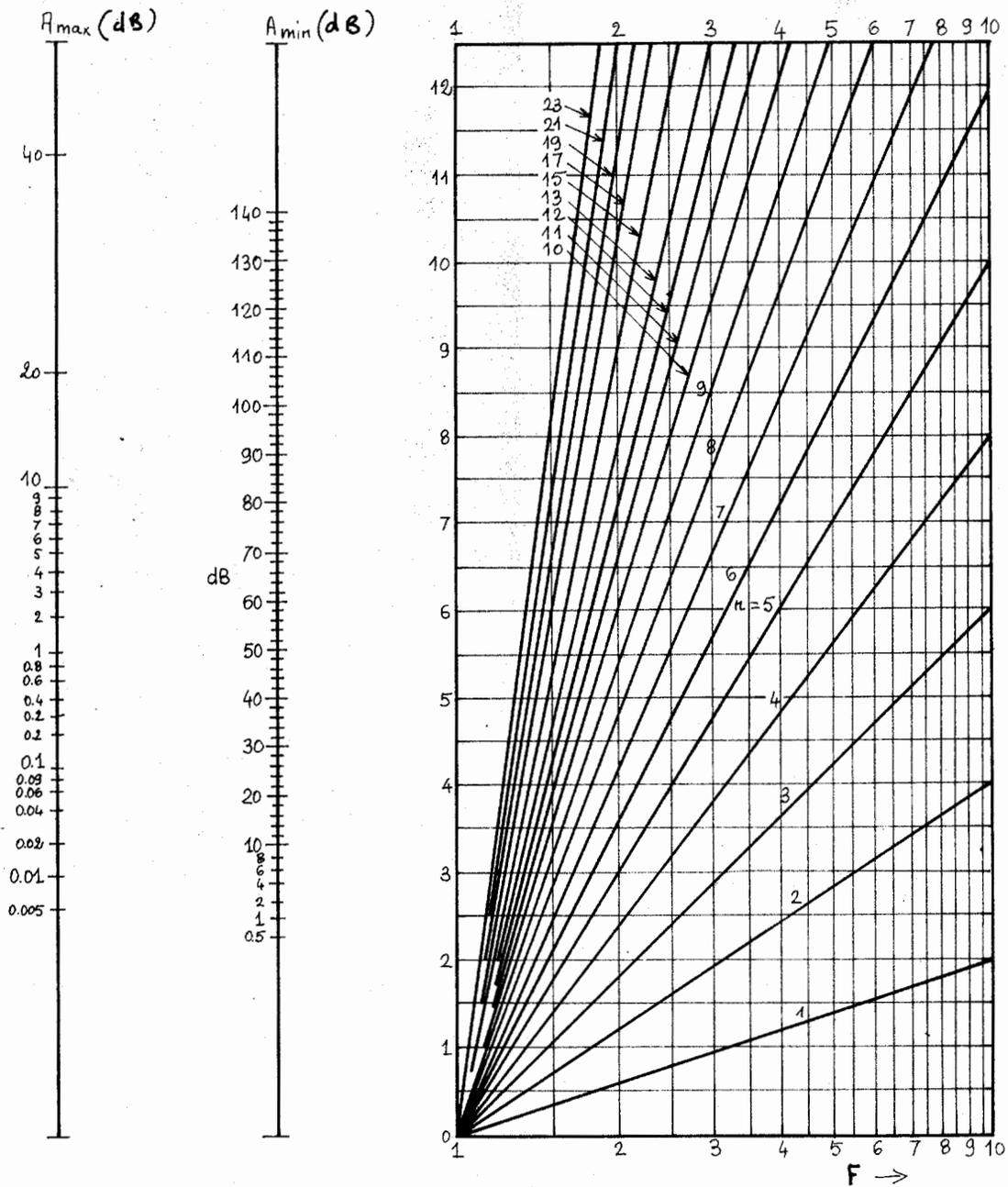
Des exemples de calcul et les méthodes de mise au point seront donnés dans la 3ème partie de cet exposé. On pourra utiliser les courbes, le tableau d'atténuation ainsi que le tableau des coefficients des pages suivantes.

#### Utilisation de l'abaque

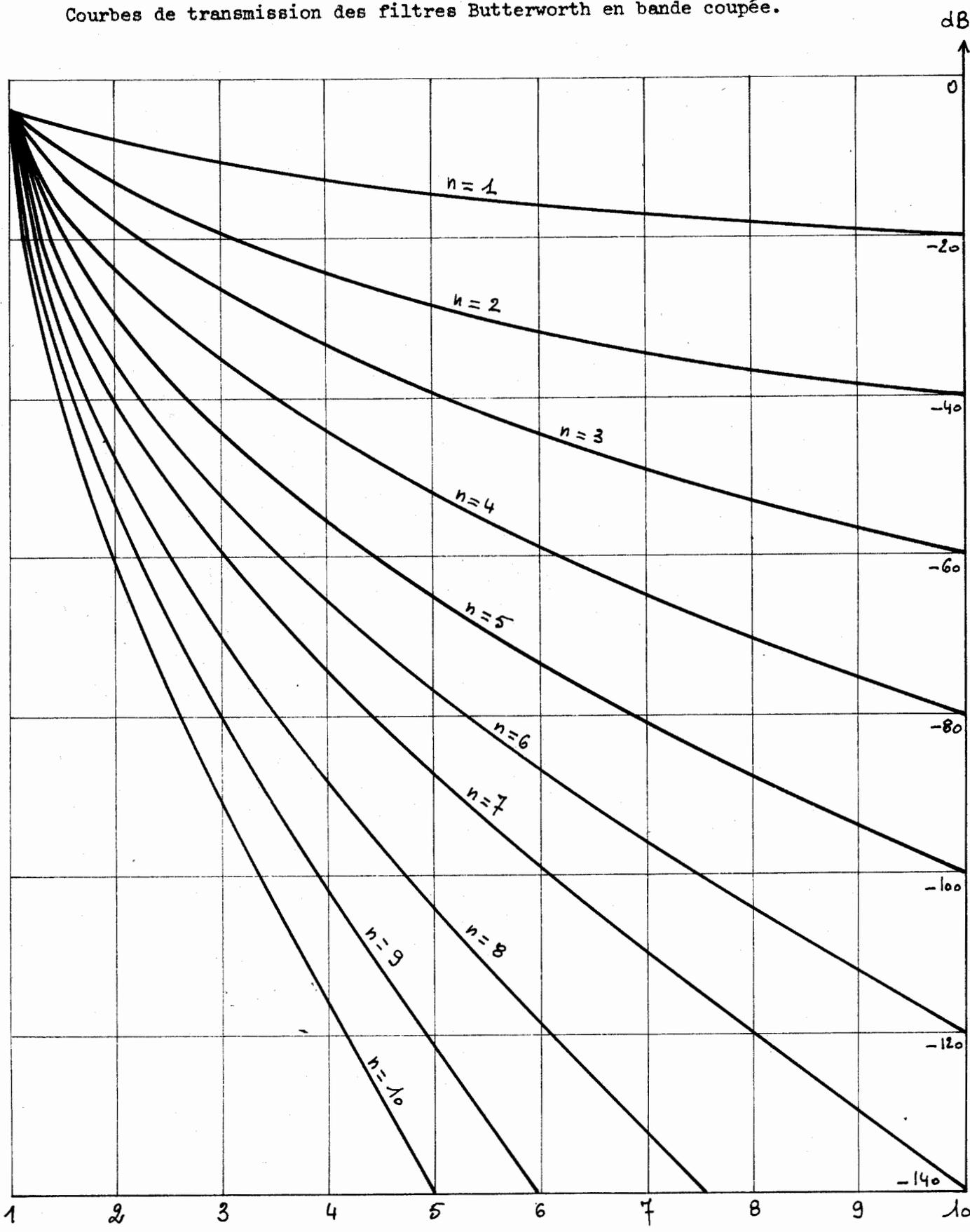
On détermine sur la première colonne (A max) l'atténuation maximale que l'on admet en bande passante (point  $P_1$ ), l'atténuation minimale en bande coupée à une fréquence donnée est déterminée sur la colonne (A min) en  $P_2$ . On relie ces deux points par une ligne qui vient couper la troisième colonne en  $P_3$  (ordonnée du graphe) ; de ce point, on trace une parallèle avec l'axe des abscisses (F). On détermine un point  $P_5$  formé par l'intersection de cette parallèle avec la verticale d'abscisse  $P_4$  correspondant à la fréquence déterminée par A min. L'ordre n du filtre est alors donné par la courbe immédiatement à gauche du point  $P_5$ .



Abaque permettant de déterminer l'ordre  $n$  d'un filtre de Butterworth lorsqu'on connaît sa sélectivité  $F$ , l'atténuation en bande transmise  $A_{max}$  et l'atténuation en bande coupée  $A_{min}$ . ( $F = \frac{f}{f_c}$ ). Avec  $F$  = fréquence normalisée,  $f$  = fréquence à rejeter (atténuation  $A_{min}$ ),  $f_c$  = fréquence de coupure (-3 dB).

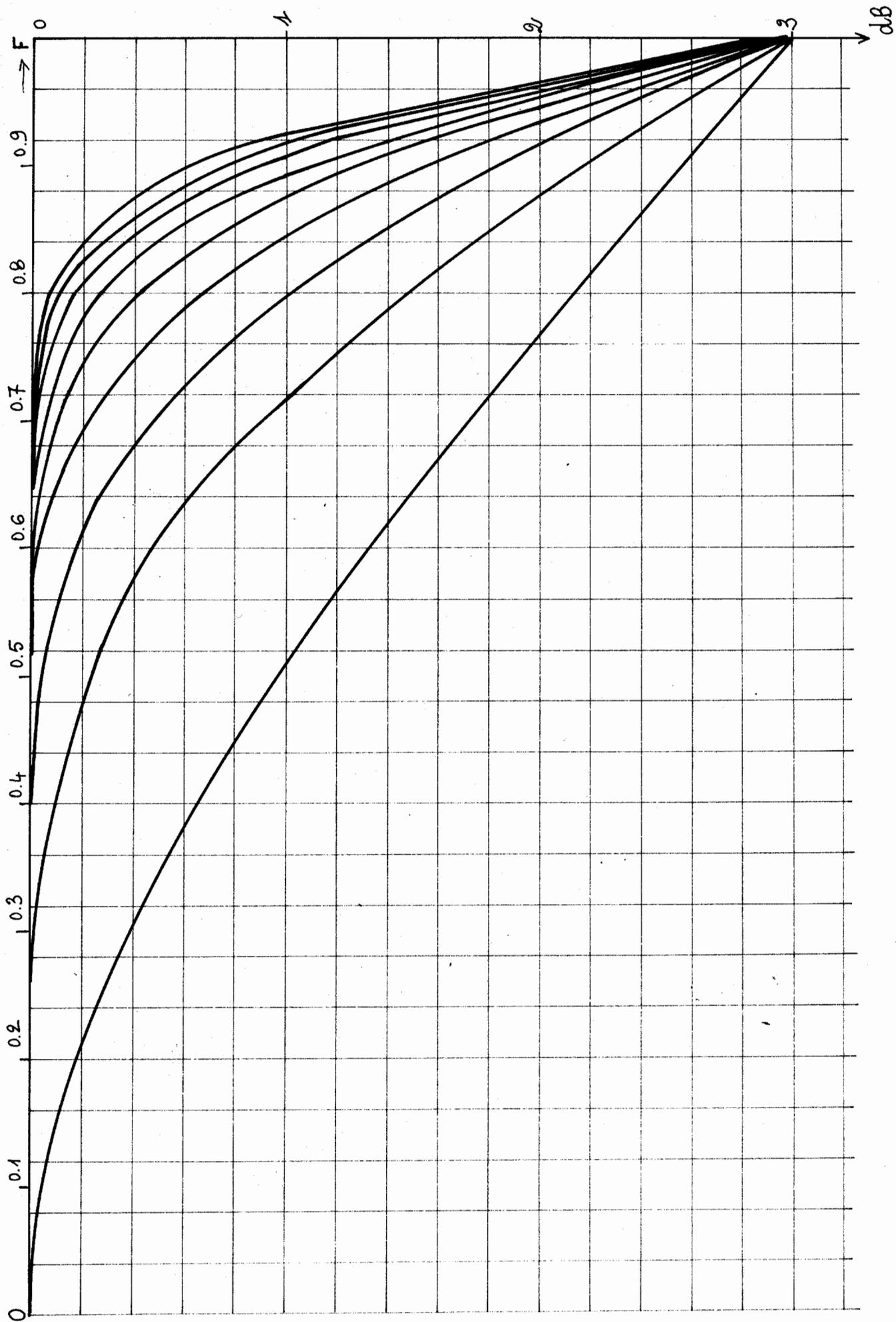


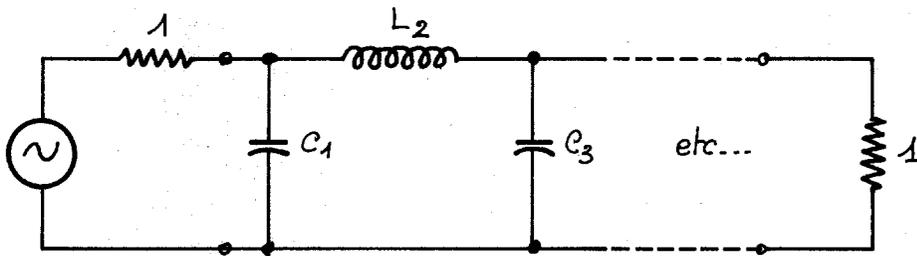
Courbes de transmission des filtres Butterworth en bande coupée.



$$F = \frac{f}{f_c}$$

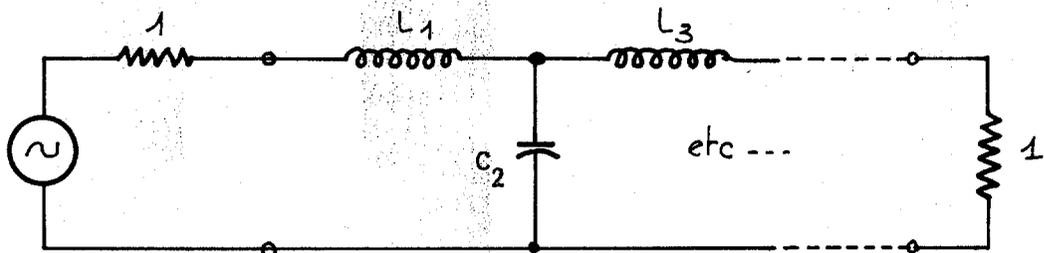
Atténuation des filtres Butterworth dans la bande transmise.





Valeurs des coefficients Butterworth pour les filtres normalisés (impédance et fréquence).

n	C <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	L <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	L <sub>10</sub>
2	1.414	1.414								
3	1.000	2.000	1.000							
4	0.7654	1.848	1.848	0.7654						
5	0.6180	1.618	2.000	1.618	0.6180					
6	0.5176	1.414	1.932	1.414	0.5176					
7	0.4450	1.247	1.802	2.000	1.802	1.247	0.4450			
8	0.3902	1.111	1.663	1.962	1.962	1.663	1.111	0.3902		
9	0.3473	1.000	1.532	1.879	2.000	1.879	1.532	1.000	0.3473	
10	0.3129	0.9080	1.414	1.782	1.975	1.975	1.782	1.414	0.9080	0.3129
n	L <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	L <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	L <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>



Atténuation des filtres Butterworth en bande passante (en dB)

n \ F	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
1	2,58	2,15	1,73	1,34	0,97	0,64	0,38	0,17	0,04
2	2,19	1,49	0,93	0,47	0,26	0,11	0,03	0,01	-
3	1,85	1,01	0,48	0,19	0,07	0,01	-	-	-
4	1,55	0,67	0,24	0,07	0,01	-	-	-	-
5	1,30	0,44	0,12	0,03	-	-	-	-	-
6	1,08	0,29	0,06	0,01	-	-	-	-	-
7	0,89	0,19	0,03	-	-	-	-	-	-
8	0,74	0,12	0,015	-	-	-	-	-	-
9	0,61	0,08	-	-	-	-	-	-	-

## II - LES FILTRES DE TCHEBYSCHEFF

Les filtres de Tchebyscheff sont calculés de telle sorte que la transmission en bande passante oscille le plus grand nombre de fois possible entre 0 et  $\alpha$  dB (atténuation maximale en bande passante) pour un filtre d'ordre donné.

Pour ces filtres, l'imperfection que constitue l'atténuation résiduelle en bande passante est uniformément répartie dans toute cette bande, c'est à dire que la valeur  $\alpha$  dB se retrouve dans tous les creux des ondulations ainsi qu'à la fréquence de coupure ; la transmission dans toute la bande subit une variation maximale de  $\alpha$  dB. Par contre, en bande coupée, l'atténuation augmente d'une manière continue et est plus importante que dans le cas des filtres sans ondulation (Butterworth).

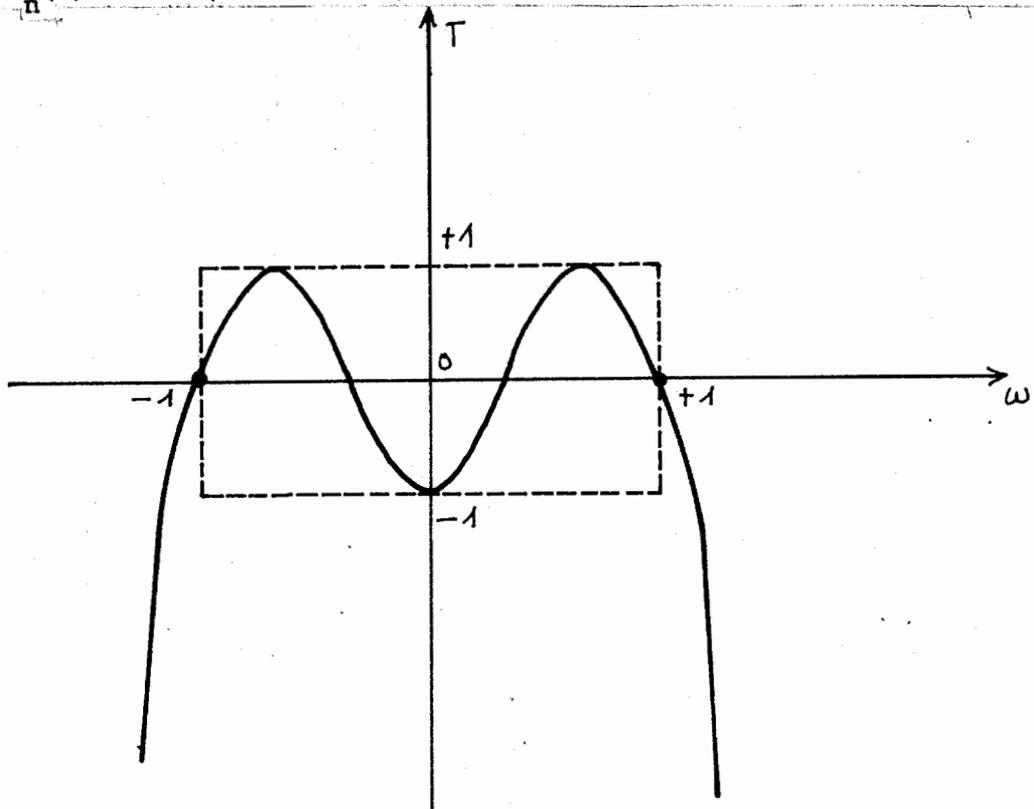
### 1/ Etude théorique

La condition imposée est que, dans la bande transmise, il y ait des ondulations dont les valeurs crête soient égales en amplitude et dont la valeur max soit donnée. Les fonctions caractéristiques permettant d'aboutir à de tels filtres sont des polynômes dont la valeur doit varier un nombre maximal de fois entre 0 et une valeur fixée ( $\alpha$  dB). Il s'agit des polynômes de Tchebyscheff  $T_n(x)$  dont la valeur oscille  $n$  fois entre  $+1$  et  $-1$ , lorsque la variable  $x$  varie entre  $+1$  et  $-1$  (voir courbe suivante).

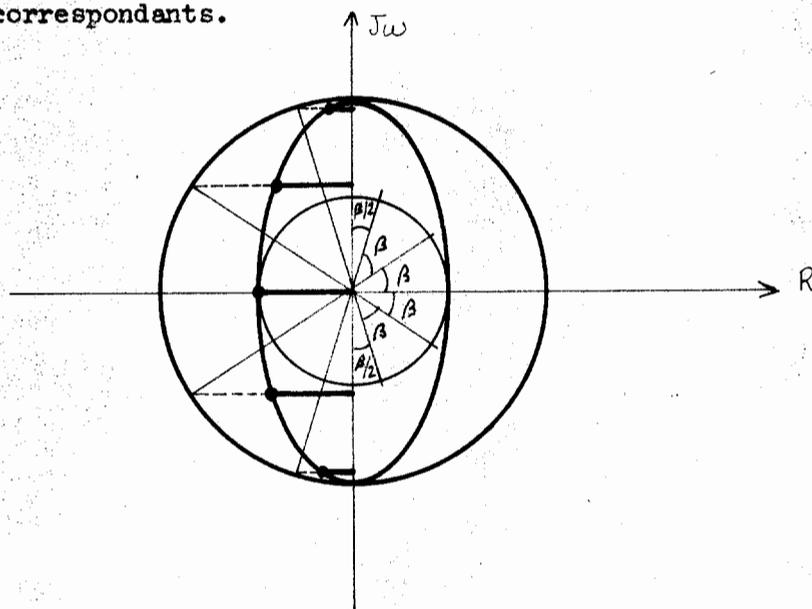
Ces polynômes sont de la forme  $T_n(\omega) = 2\omega T_{n-1}(\omega) - T_{n-2}(\omega)$ .

Ils s'expriment également sous forme trigonométrique :

$$T_n(\omega) = \cos(n \arccos \omega).$$



Construction graphique permettant de déterminer la position des pôles de la fonction de transfert d'un filtre de Tchebyscheff, et de déterminer les valeurs des coefficients correspondants.



On trace une ellipse dont le grand rayon est :  $R = \text{ch}\left(\frac{1}{n} \arg \text{sh} \frac{1}{\epsilon}\right)$  et le petit rayon  $r = \text{sh}\left(\frac{1}{n} \arg \text{sh} \frac{1}{\epsilon}\right)$  où :  $n$  = nombre de pôles et  $\epsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{\text{max}}}{10}} - 1}$

Rappel :  $\text{ch } x = \text{cosinus hyperbolique} = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

$\text{sh } x = \text{sinus hyperbolique} = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

On découpe l'ellipse en autant de tranches que de pôles en partant de l'axe des réels (on obtient donc 1/2 tranche à chaque extrémité), les pôles sont représentés par les points marqués sur l'ellipse et les valeurs des coefficients sont celles des projections sur l'axe des imaginaires.

Nota : Les coefficients des filtres Tchebyscheff pourront entièrement être déterminés avec leur nombre de pôles  $n$  et l'ondulation  $\alpha$  permise en bande passante.

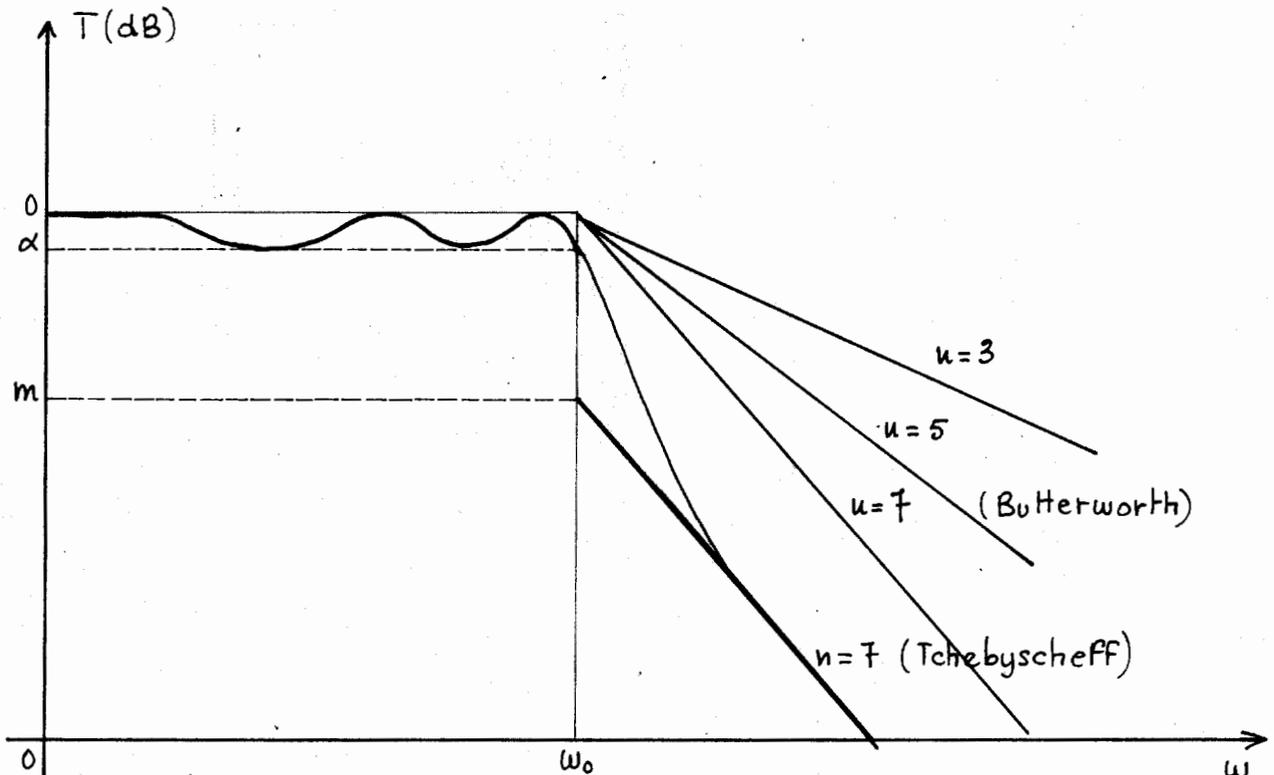
## 2/ Caractéristiques des filtres Tchebyscheff

Considérons le produit des coefficients égal à P.

Si P était égal à 2, on aurait une atténuation asymptotique hors bande, qui serait la même que celle du Butterworth. Si l'on appelle  $p = \frac{P'}{2}$  le rapport du produit des coefficients du Tchebyscheff avec le produit des coefficients du Butterworth, on aura P' qui donnera l'affaiblissement asymptotique et p l'affaiblissement de la transmission hors bande par rapport au Butterworth.

Pour connaître la courbe réelle d'affaiblissement, si  $p = \frac{P'}{2} > 1$  correspond à m dB, l'asymptote du Tchebyscheff sera m dB plus bas que l'asymptote du Butterworth.

Par exemple, dans le cas d'un filtre à 7 éléments, l'asymptote du Tchebyscheff sera parallèle à l'asymptote du Butterworth correspondant au même nombre d'éléments, mais décalée de m dB plus bas.



### 3/ Propriétés des filtres de Tchebyscheff

Les filtres de Tchebyscheff présentent un grand intérêt pratique car de tous les filtres polynomiaux, ce sont eux qui présentent la coupure la plus brutale pour un ordre  $n$  donné ; mais ces filtres n'ont pas une très bonne régularité du temps de propagation de groupe en bande passante.

#### a) Exemple pratique

Pour le Tchebyscheff 5 pôles dont les coefficients sont 1,7 - 1,23 - 2,54 - 1,23 - 1,7 et qui produit 0,5 dB d'ondulation crête à crête dans la bande, on aura :

$$P' = 11,1 \text{ donc } m = 20 \log \frac{P'}{2} = 15 \text{ dB.}$$

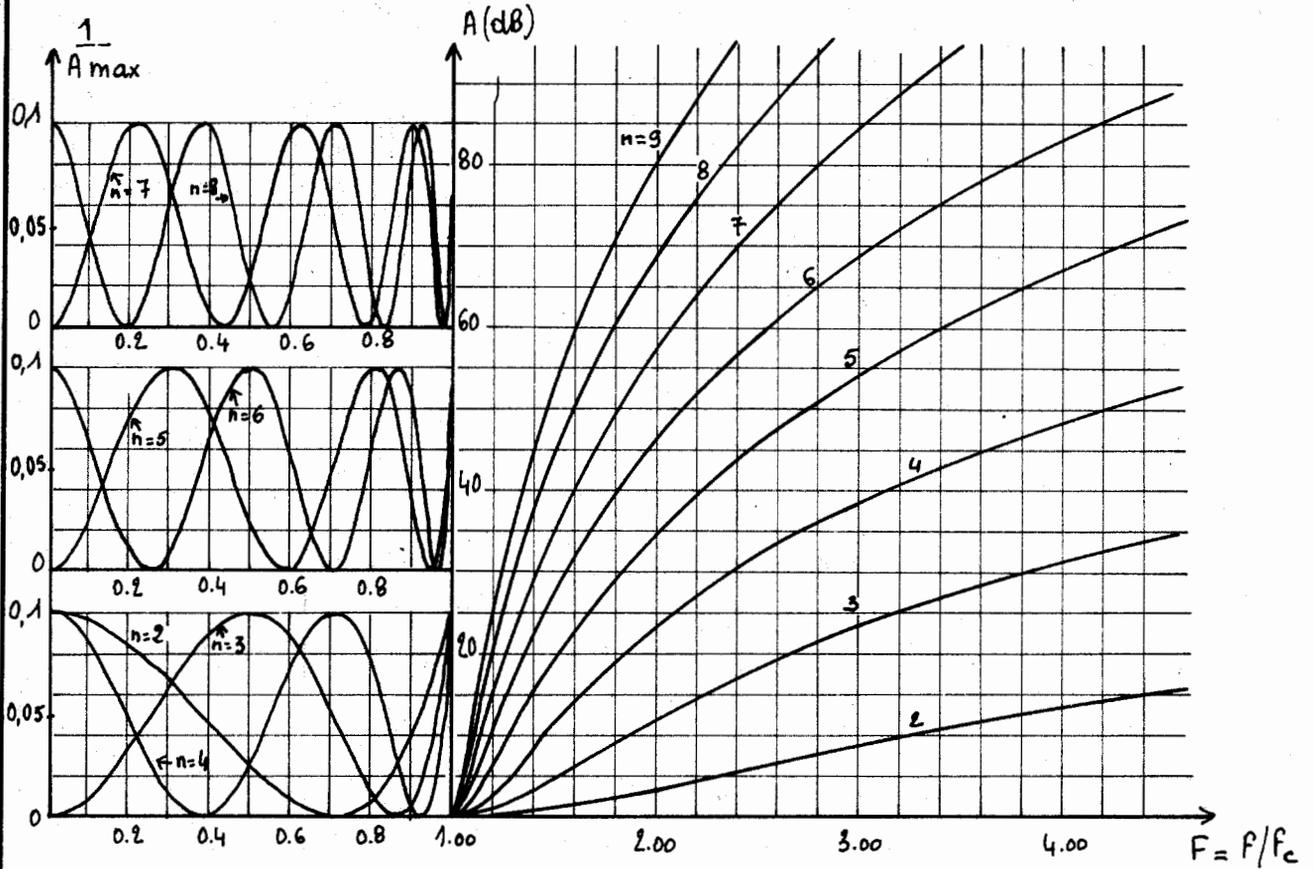
L'asymptote du Tchebyscheff sera donc 15 dB plus bas que l'asymptote du Butterworth. On peut alors connaître immédiatement l'atténuation approximative d'une fréquence loin de la fréquence de coupure.

Par exemple, pour la fréquence  $4 \times f_0$ , la pente du cinq éléments étant de 30 dB par octave,  $4 \times f_0$  représentant 2 octaves plus loin que  $f_0$ , l'atténuation sera de  $(2 \times 30) + 15 = 75$  dB. Il est donc très facile, par référence au Butterworth, de définir l'atténuation approximative d'une fréquence hors bande passante lorsque l'on a déterminé le nombre de pôles correspondant à une ondulation en bande donnée (valeur approximative car la courbe ne passe pas par les mêmes valeurs que l'asymptote près de la fréquence de coupure, le calcul exact donne dans ce cas : 74,2 dB).

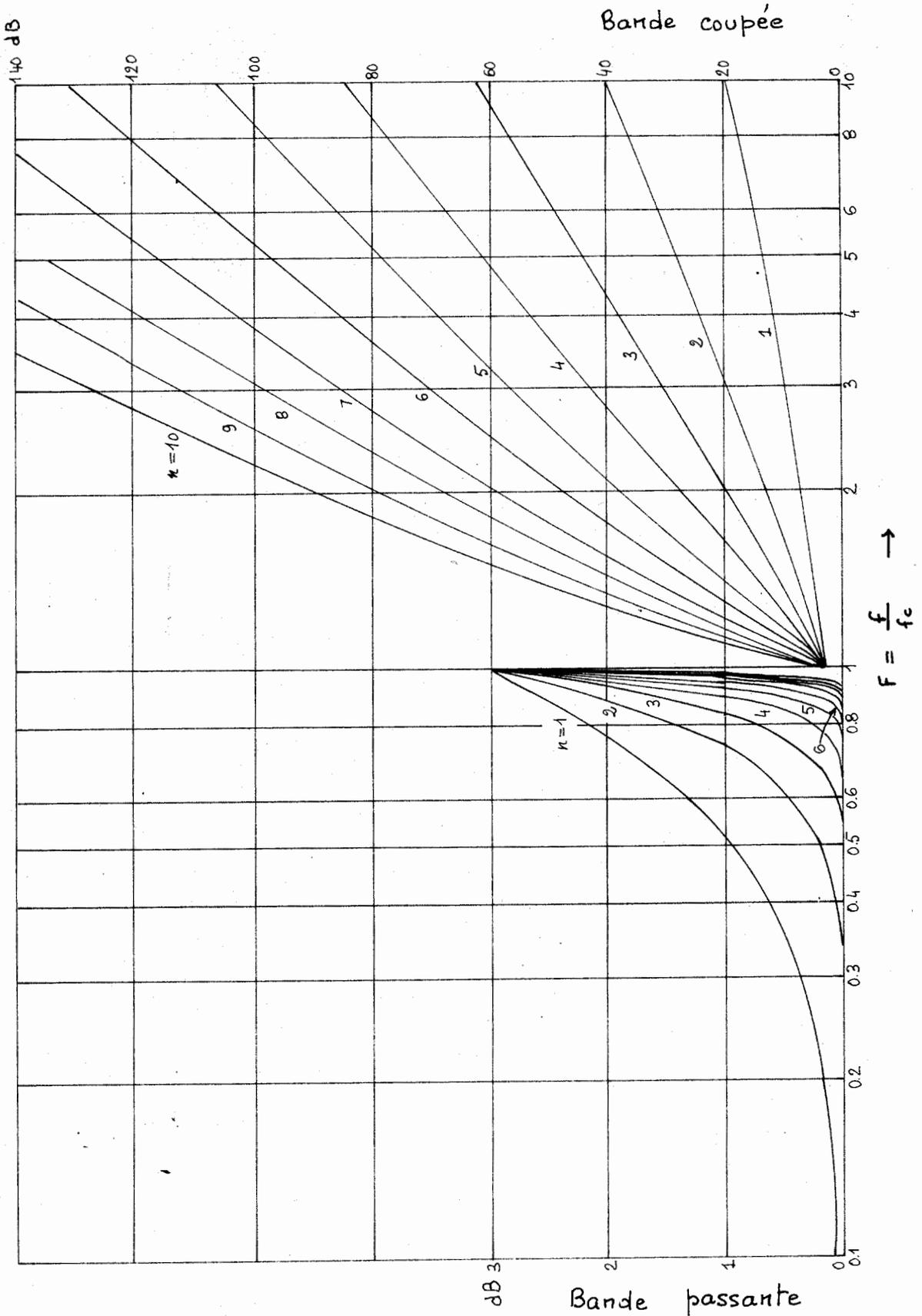
Inversement, en fonction de l'atténuation requise, on peut déterminer le nombre de pôles nécessaires et l'atténuation correspondante.

b) Exemples de courbes d'atténuation des filtres de Tchebyscheff

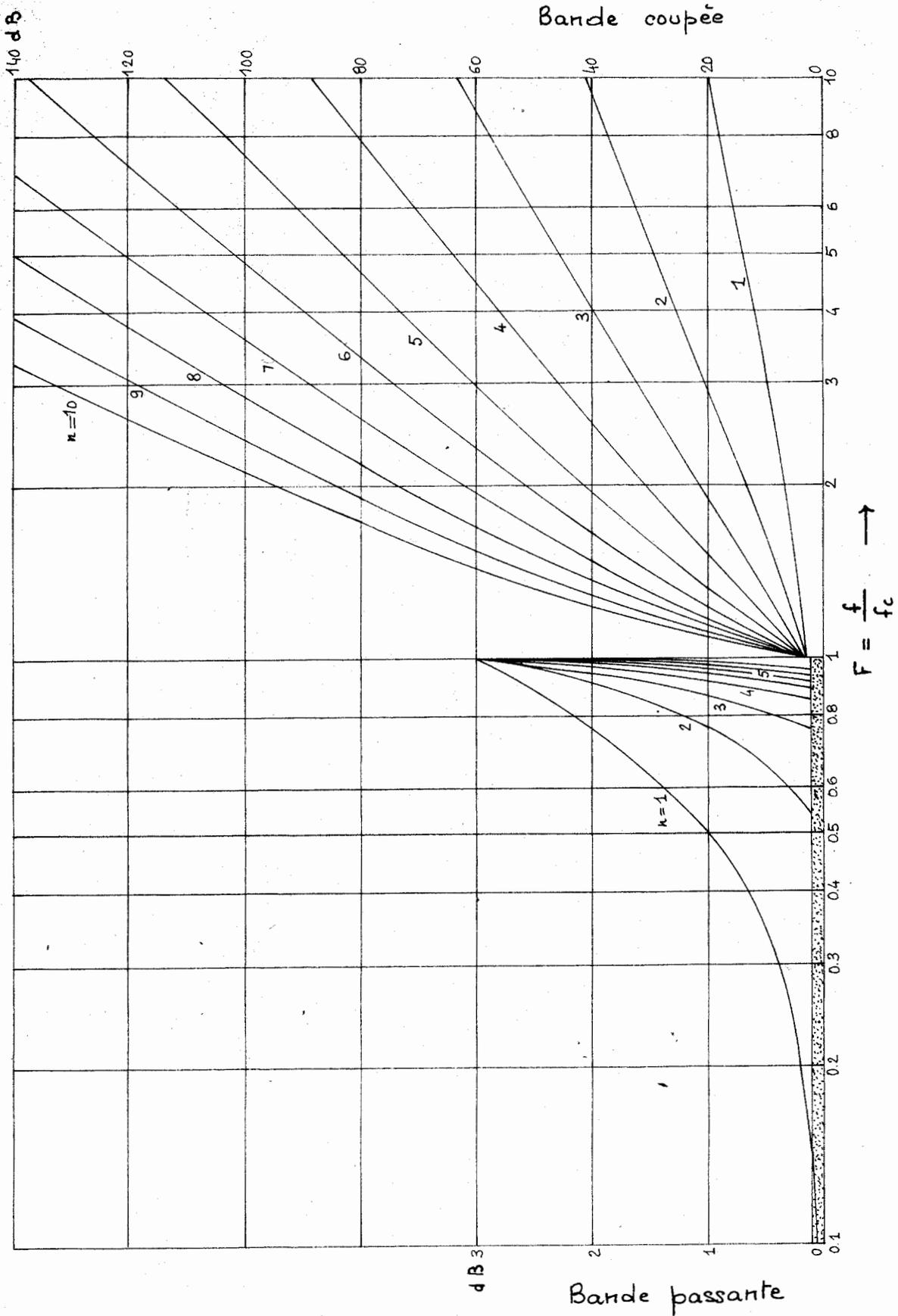
Ci-dessous, une courbe d'atténuation en fonction de la fréquence pour une ondulation donnée de 0,1 dB avec un nombre de pôles différents.



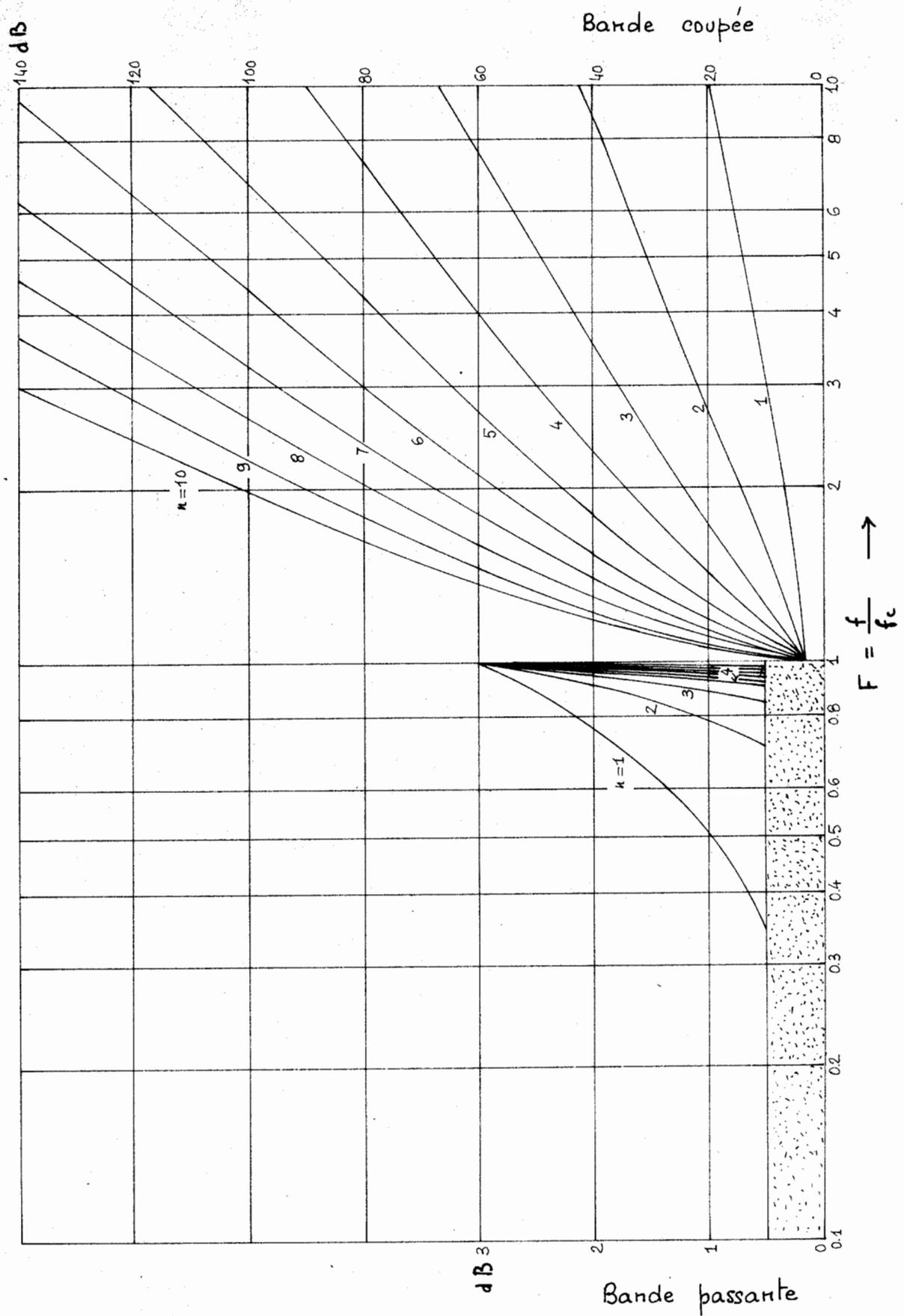
Atténuation du filtre pour une ondulation en bande passante de 0,01 dB.



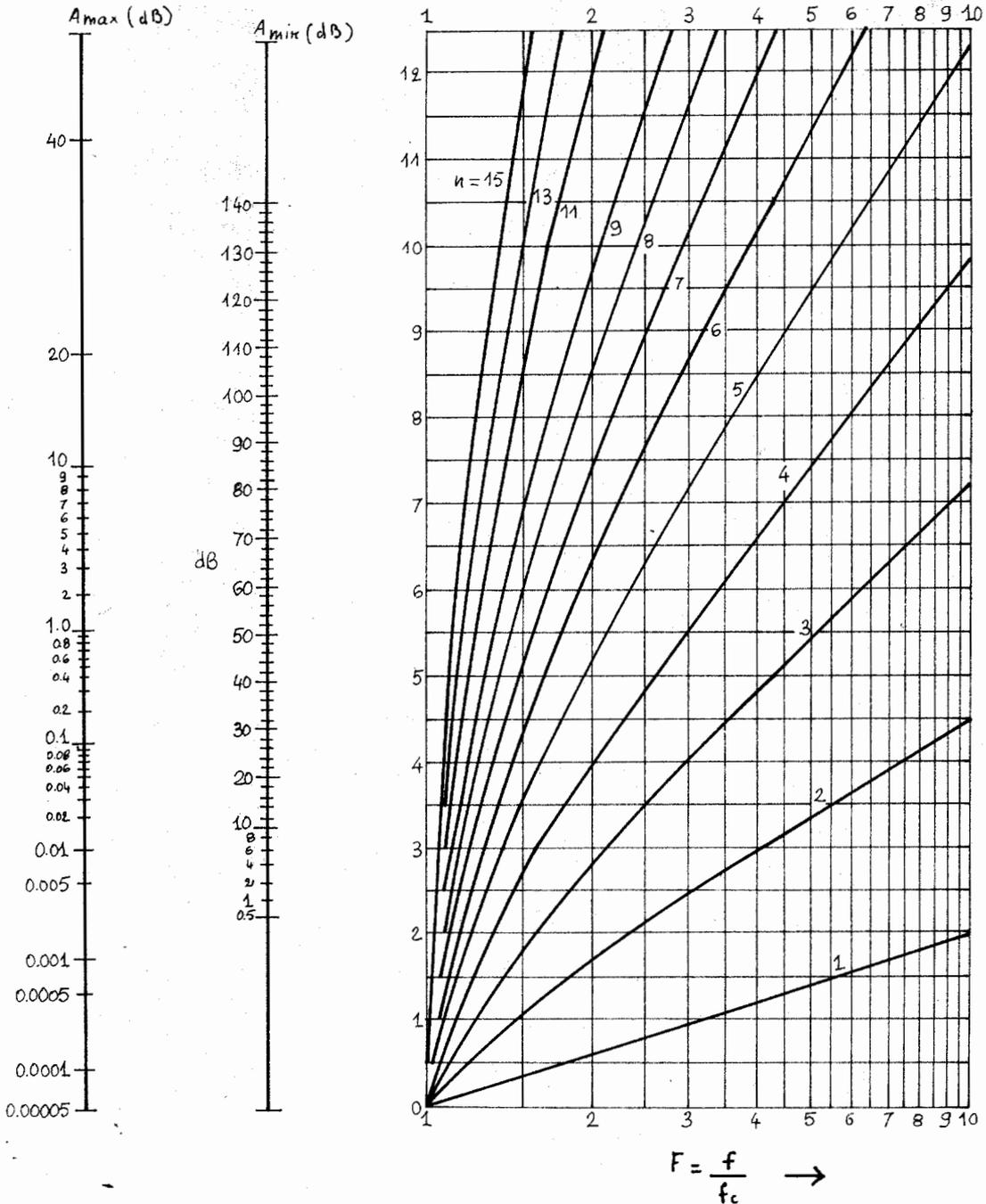
Atténuation du filtre pour une ondulation en bande passante de 0,1 dB



Atténuation du filtre pour une atténuation en bande passante de 0,5 dB



Abaque permettant de déterminer l'ordre d'un filtre de Tchebyscheff lorsqu'on connaît sa sélectivité  $F$ , l'ondulation maximale en bande passante et l'atténuation minimale en bande coupée.



Le procédé d'utilisation de l'abaque est le même que celui du Butterworth page 24.

Ondulation en bande passante : 0,01 dB.

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	0.0960	1.0000														
2	0.4488	0.4077	1.1007	1.0000												
3	0.6291	0.9702	0.6291	0.6476	1.1007											
4	0.7128	1.2003	1.3212	1.3049	0.7563	1.0000										
5	0.7563	1.3049	1.5773	1.6896	1.4970	0.7098	1.1007									
6	0.7813	1.3600	1.6896	1.5350	1.4970	1.3924	0.7969	1.0000								
7	0.7969	1.3924	1.7481	1.6331	1.7481	1.6193	1.5554	0.7333	1.0000							
8	0.8072	1.4130	1.7824	1.6833	1.8529	1.7125	1.8043	1.4270	0.8144	1.0000						
9	0.8144	1.4270	1.8043	1.7125	1.9057	1.7125	1.9055	1.6527	1.5817	0.7446	1.1007					
10	0.8176	1.4369	1.8192	1.7311	1.9362	1.7590	1.9055	1.7437	1.8298	0.7446	0.8234	1.0000				
11	0.8234	1.4442	1.8298	1.7437	1.9554	1.7856	1.9554	1.7883	1.9293	1.6695	0.8234	0.7508	1.0000			
12	0.8264	1.4497	1.8377	1.7527	1.9684	1.8022	1.9837	1.8134	1.9777	1.7594	1.8437	1.4540	0.8287	1.0000		
13	0.8287	1.4540	1.8437	1.7594	1.9777	1.8134	2.0014	1.8290	2.0048	1.8029	1.9422	1.6792	1.6041	0.7545	1.1007	
14	0.8305	1.4573	1.8483	1.7644	1.9845	1.8214	2.0132	1.8394	2.0216	1.8272	1.9897	1.7684	1.8520	1.4600	0.8320	1.0000
15	0.8320	1.4600	1.8520	1.7684	1.9897	1.8272	2.0216	1.8394	2.0216	1.8272	1.9897	1.7684	1.8520	1.4600	0.8320	1.0000

Ondulation en bande passante : 0,1 dB.

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	0.3052	1.0000														
2	0.8430	0.6220	1.3554	1.0000												
3	1.0315	1.1474	1.0315	0.8180	1.3554	1.0000										
4	1.1088	1.3061	1.7703	1.3712	1.1468	0.8618	1.1811	1.0000								
5	1.1468	1.3712	1.9750	1.5170	1.9029	1.4228	1.9444	0.8778	1.3554	1.0000						
6	1.1681	1.4039	2.0562	1.5733	2.0966	1.5640	2.1345	1.4425	1.1956	0.8853	1.3554					
7	1.1811	1.4228	2.0966	1.6010	2.1699	1.6167	2.2046	1.5821	1.9628	0.8853	1.3554	1.0000				
8	1.1897	1.4346	2.1199	1.6167	2.2053	1.6418	2.2378	1.6332	2.1515	1.4523	1.2031	0.8894	1.3554			
9	1.1956	1.4425	2.1345	1.6265	2.2253	1.6559	2.2562	1.6572	2.2200	1.5912	1.9726	0.8894	1.2074	1.0000		
10	1.1999	1.4481	2.1444	1.6332	2.2378	1.6646	2.2675	1.6704	2.2521	1.6414	2.1605	1.4578	1.2074	1.0000		
11	1.2031	1.4523	2.1515	1.6379	2.2462	1.6704	2.2751	1.6786	2.2696	1.6648	2.2283	1.5963	1.2074	0.8919	1.3554	
12	1.2055	1.4554	2.1566	1.6414	2.2521	1.6745	2.2804	1.6839	2.2804	1.6776	2.2598	1.6461	1.2074	0.8919	1.3554	
13	1.2074	1.4578	2.1605	1.6441	2.2564	1.6745	2.2804	1.6839	2.2804	1.6776	2.2598	1.6461	1.2074	0.8919	1.3554	
14	1.2089	1.4596	2.1636	1.6461	2.2598	1.6776	2.2804	1.6839	2.2804	1.6776	2.2598	1.6461	1.2074	0.8919	1.3554	
15	1.2101	1.4612	2.1660	1.6461	2.2598	1.6776	2.2804	1.6839	2.2804	1.6776	2.2598	1.6461	1.2074	0.8919	1.3554	1.0000

Ondulation en bande passante : 0,2 dB

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	0.4342	1.0000														
2	1.0378	0.6745	1.5386													
3	1.2275	1.1525	1.2275	1.0000												
4	1.3028	1.2844	1.9761	0.8468	1.5386											
5	1.3394	1.3370	2.1660	1.3370	1.3394	1.0000										
6	1.3598	1.3632	2.2394	1.4555	2.0974	0.8838	1.5386									
7	1.3722	1.3781	2.2756	1.5001	2.2756	1.3781	1.3722	1.0000								
8	1.3804	1.3875	2.2963	1.5217	2.3413	1.4925	2.1349	0.8972	1.5386							
9	1.3860	1.3938	2.3093	1.5340	2.3728	1.5340	2.3093	1.3938	1.3860	1.0000						
10	1.3901	1.3983	2.3181	1.5417	2.3904	1.5536	2.3720	1.5066	2.1514	0.9034						
11	1.3931	1.4015	2.3243	1.5469	2.4014	1.5646	2.4014	1.5469	2.3243	1.4015	1.5386					
12	1.3954	1.4040	2.3289	1.5505	2.4088	1.5713	2.4176	1.5656	2.3856	1.5136	1.3931	1.0000				
13	1.3972	1.4059	2.3323	1.5532	2.4140	1.5758	2.4276	1.5758	2.4140	1.5532	2.3323	0.9069	1.5386			
14	1.3986	1.4073	2.3350	1.5553	2.4178	1.5790	2.4342	1.5821	2.4294	1.5714	2.3929	1.4059	1.3972	1.0000		
15	1.3997	1.4085	2.3371	1.5569	2.4207	1.5813	2.5388	1.5862	2.4388	1.5813	2.4207	1.5569	2.1653	0.9089	1.5386	1.0000

Ondulation en bande passante : 0,5 dB

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	0.6986	1.0000														
2	1.4029	0.7071	1.9841													
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000												
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841											
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000										
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841									
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7872	1.0000								
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841							
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000						
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	1.7504	0.8842						
11	1.7572	1.2743	2.6809	1.3759	2.7488	1.3879	2.7488	1.3759	1.7504	1.2743	1.9841	1.0000				
12	1.7594	1.2760	2.6848	1.3784	2.7551	1.3925	2.7628	1.3886	1.7594	1.3532	1.7572	0.8867	1.9841			
13	1.7610	1.2772	2.6878	1.3802	2.7596	1.3955	2.7714	1.3955	1.7610	1.3802	2.6878	1.2772	1.7610	1.0000		
14	1.7624	1.2783	2.6902	1.3816	2.7629	1.3976	2.7771	1.3997	1.7624	1.3925	2.7412	1.3558	2.5362	0.8882	1.9841	
15	1.7635	1.2791	2.6920	1.3826	2.7654	1.3991	2.7811	1.4024	1.7635	1.3991	2.7654	1.3826	2.6920	1.2791	1.7635	1.0000

## Ondulation en bande passante : 1 dB.

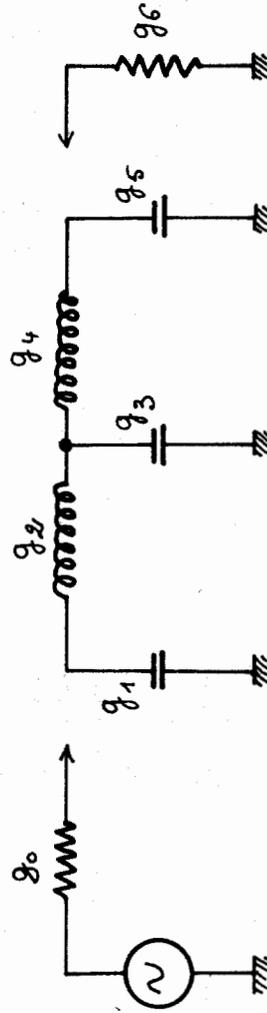
n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	1.0177	1.0000														
2	1.8219	0.6850	2.6599	1.0000												
3	2.0236	0.9941	2.0236	0.7892	2.6599											
4	2.0991	1.0644	2.8311	0.7892	2.6599	1.0000										
5	2.1349	1.0911	3.0009	1.0911	2.1349	0.8101	2.6599									
6	2.1546	1.1041	3.0634	1.1518	2.9867	1.1116	2.1664	1.0000								
7	2.1664	1.1116	3.0934	1.1736	3.0934	1.1696	2.9685	0.8175	2.6599							
8	2.1744	1.1161	3.1107	1.1839	3.1488	1.1897	3.1215	0.8175	2.1797							
9	2.1797	1.1192	3.1215	1.1897	3.1747	1.1897	3.1215	1.1192	2.1797	1.0000						
0	2.1836	1.1213	3.1286	1.1933	3.1890	1.1990	3.1738	1.1763	2.9824	0.8210	2.6599					
1	2.1865	1.1229	3.1338	1.1957	3.1980	1.2041	3.1980	1.1957	3.1338	1.1229	2.1865					
2	2.1887	1.1241	3.1375	1.1974	3.2039	1.2073	3.2112	1.2045	3.1849	1.1796	2.9898					
3	2.1904	1.1250	3.1403	1.1987	3.2081	1.2094	3.2192	1.2094	3.2081	1.1987	3.1403				1.0000	
4	2.1917	1.1257	3.1425	1.1996	3.2112	1.2108	3.2245	1.2123	3.2207	1.2073	3.1908				0.8239	2.6599
5	2.1928	1.1263	3.1442	1.2004	3.2135	1.2119	3.2282	1.2142	3.2282	1.2119	3.2135				2.1928	1.0000

## Ondulation en bande passante : 2 dB.

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	1.5296	1.0000														
2	2.4881	0.6075	4.0957	1.0000												
3	2.7107	0.8327	2.7107	0.6819	4.0957											
4	2.7925	0.8806	3.6063	0.8985	2.8310	1.0000										
5	2.8310	0.8985	3.7837	0.8985	2.8310	0.6964	4.0957									
6	2.8521	0.9071	3.8467	0.9393	3.7151	0.9119	2.8655	1.0000								
7	2.8655	0.9119	3.8780	0.9535	3.8780	0.9510	3.7477	0.7016	4.0957							
8	2.8733	0.9151	3.8948	0.9605	3.9335	0.9643	3.9056	0.9171	2.8790							
9	2.8790	0.9171	3.9056	0.9643	3.9598	0.9643	3.9056	0.9554	4.0957	1.0000						
0	2.8831	0.9186	3.9128	0.9667	3.9743	0.9704	3.9589	0.9554	2.8790	0.7040	4.0957					
1	2.8863	0.9195	3.9181	0.9682	3.9834	0.9737	3.9834	0.9682	3.9181	0.9195	2.8863					
2	2.8886	0.9203	3.9219	0.9693	3.9894	0.9758	3.9967	0.9740	3.9701	0.9575	3.7695					
3	2.8904	0.9209	3.9247	0.9701	3.9936	0.9771	4.0048	0.9771	3.9936	0.9701	3.9247					
4	2.8919	0.9214	3.9269	0.9707	3.9967	0.9781	4.0101	0.9791	4.0062	0.9758	3.9761				4.0957	
5	2.8930	0.9218	3.9287	0.9712	3.9990	0.9788	4.0139	0.9803	4.0139	0.9788	3.9990				2.8930	1.0000

Ondulation en bande passante : 3 dB.

n	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12	g13	g14	g15	g16
1	1.9953	1.0000														
2	3.1013	0.5339	5.8095													
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000												
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095											
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000										
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033										
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	5.8095									
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	1.0000	5.8095							
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000						
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091						
11	3.5420	0.7778	4.6825	0.8147	4.7523	0.8189	4.7523	0.8147	4.6825	0.7778		1.0000				
12	3.5445	0.7784	4.6865	0.8155	4.7587	0.8204	4.7664	0.8191	4.7381	0.8067		0.6101				
13	3.5465	0.7789	4.6896	0.8162	4.7631	0.8214	4.7751	0.8214	4.7631	0.8162		0.7789	5.8095			
14	3.5480	0.7792	4.6919	0.8166	4.7664	0.8222	4.7808	0.8229	4.7766	0.8204		0.8076	3.5465	1.0000		
15	3.5493	0.7795	4.6938	0.8170	4.7689	0.8227	4.7847	0.8238	4.7847	0.8227		0.8170	4.5272	0.6107	5.8095	
													4.6938	0.7795	3.5493	1.0000



Exemple : Cas de  $n = 5$ .

### III - LES FILTRES DE BESSEL

#### 1/ Etude théorique

Les filtres de Bessel sont des filtres polynomiaux pour lesquels le critère d'optimisation est la régularité du temps de propagation de groupe dans la bande passante.

Pour ces filtres, on cherche directement la fonction de transfert puisque l'on s'intéresse au temps de propagation de groupe et non à l'atténuation.

La procédure est la suivante :

La fonction de transfert d'un filtre ayant un temps de propagation de groupe constant de  $\tau = 1$  s est :

$$F(p) = e^{-p\tau} = e^{-p} = \frac{1}{\text{ch } p + \text{sh } p}$$

avec  $P = J\omega$

Une approximation à l'ordre  $n$  de cette fonction de transfert peut être obtenue en développant  $\text{cth } p$  en série :

$$\text{Cth } p = \frac{\text{ch } p}{\text{sh } p} = \frac{1 + \frac{p^2}{2!} + \frac{p^4}{4!} + \frac{p^6}{6!} + \dots}{p + \frac{p^3}{3!} + \frac{p^5}{5!} + \dots}$$

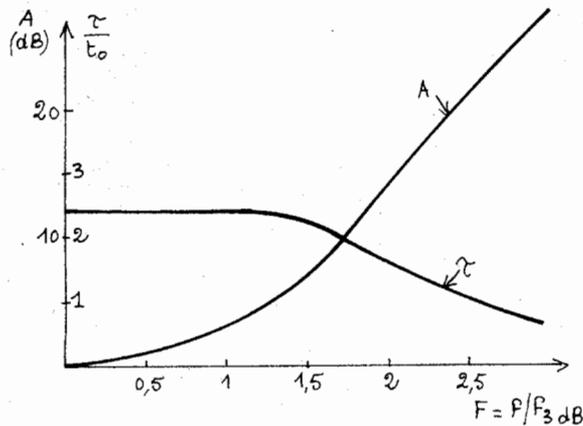
En limitant le développement à l'ordre  $n$ , on obtient une expression approchée de  $\text{cth } p$ .

En attribuant à  $\text{ch } p$  et  $\text{sh } p$  les valeurs approchées obtenues au numérateur et au dénominateur et en les reportant dans  $F(p)$ , on obtient une approximation à l'ordre  $n$  de  $e^{-P}$ .

**Remarques :** Les polynômes de Bessel qui figurent au dénominateur de la fonction de transmission des filtres de Bessel ont été calculés en prenant comme unité le temps de propagation de groupe. On obtiendra donc des courbes de réponse en amplitude pour lesquelles l'atténuation à la fréquence unité sera quelconque.

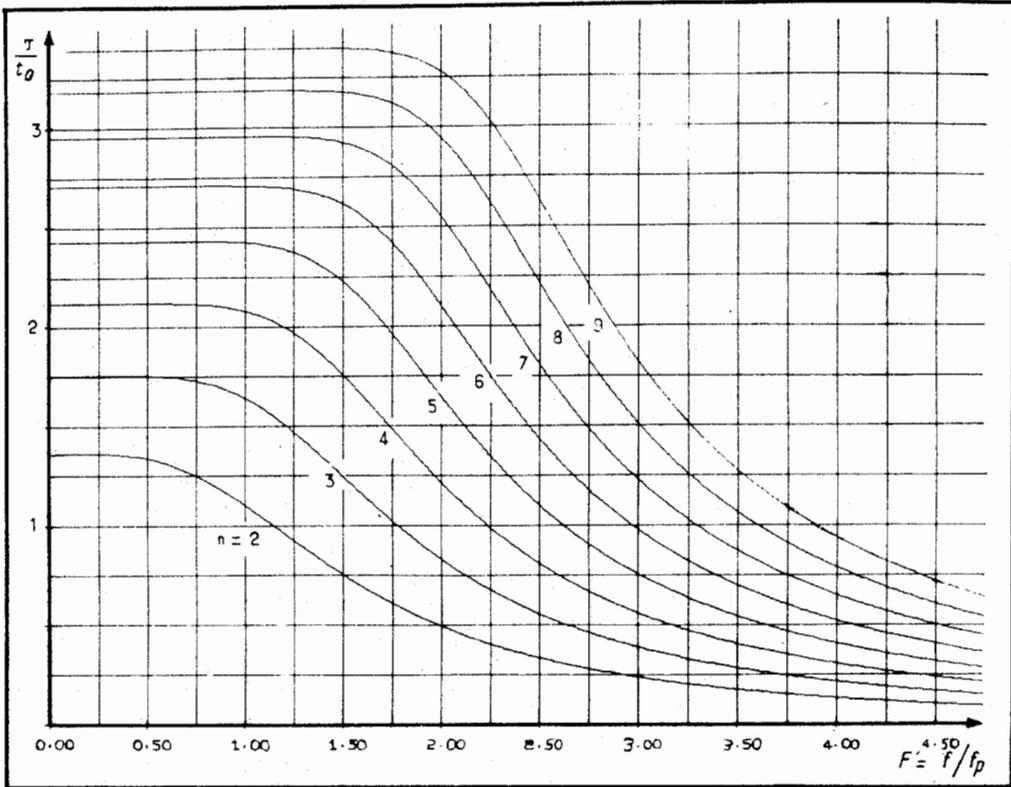
2/ Réponse en amplitude et temps de propagation de groupe  
d'un filtre de Bessel d'ordre 5.

A titre d'exemple, la figure suivante donne la forme de l'atténuation et du temps de propagation de groupe pour les filtres de Bessel d'ordre 5.  $\tau$  est à peu près constant jusqu'à 1,5 fois la fréquence de coupure à 3 dB. Mais l'atténuation n'est alors que de 7,5 dB.

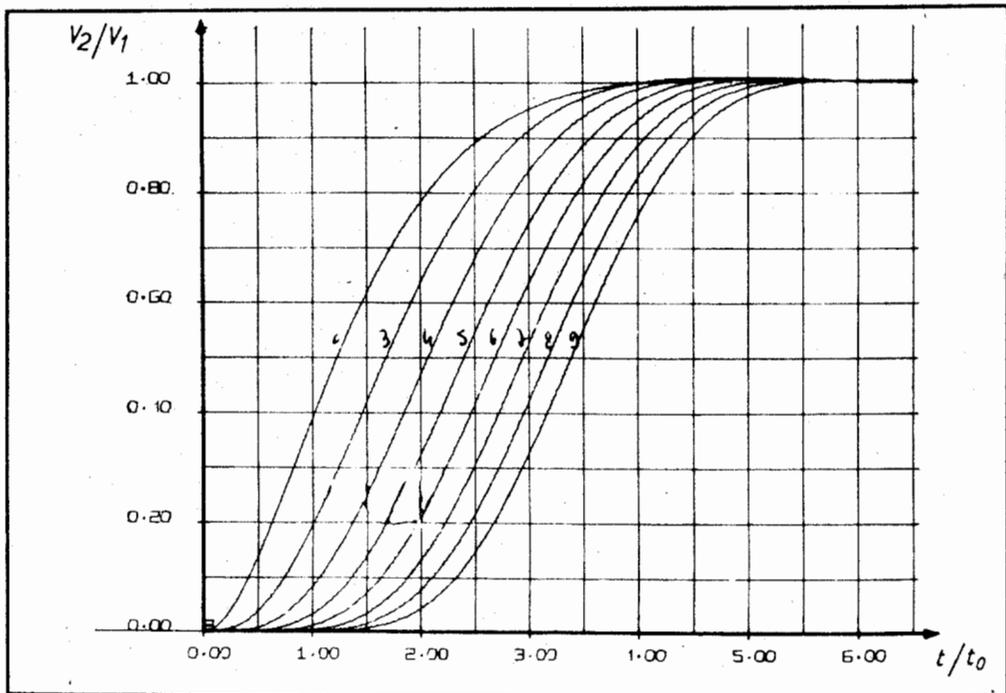


On démontre que la courbe, en fonction de la fréquence, du temps de propagation de groupe des filtres de Bessel, a la même allure que l'atténuation des filtres de Butterworth, c'est à dire nul à l'origine et décroît ensuite continuellement.

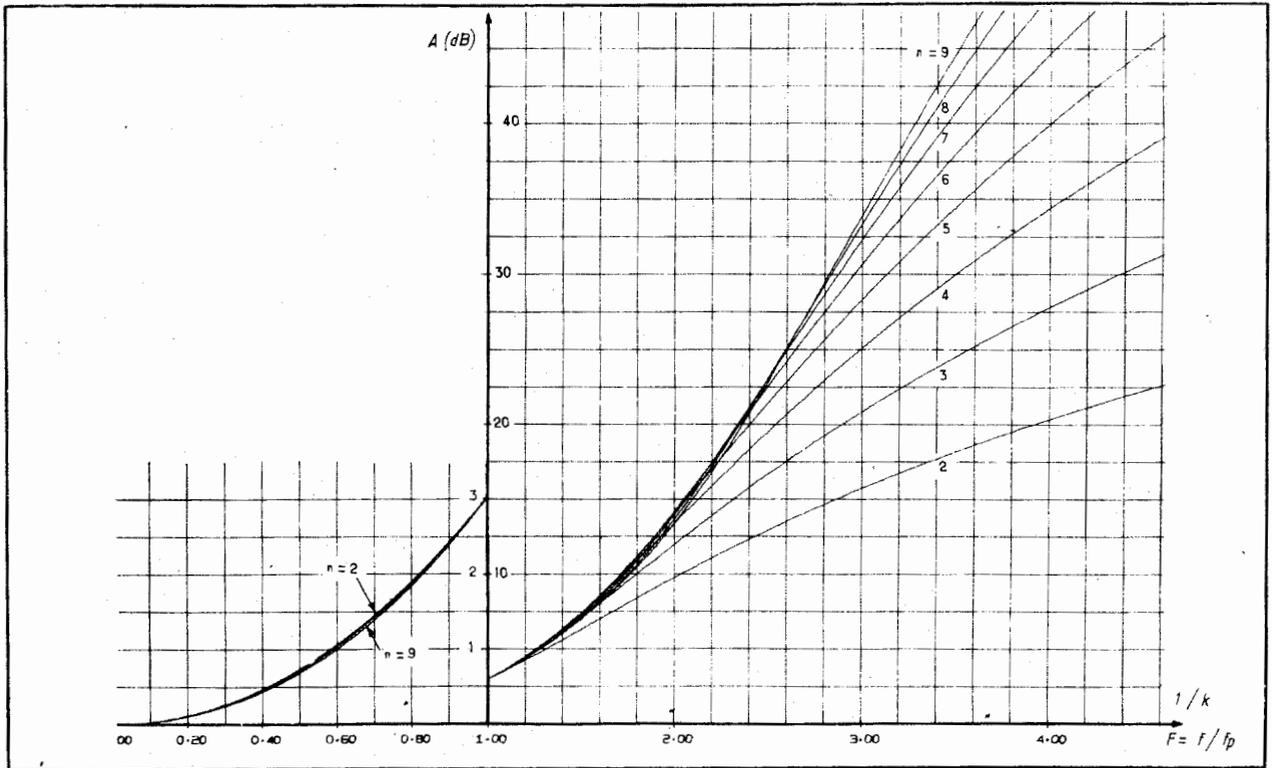
Remarque : Les filtres de Bessel ont été conçus en prenant comme critère le comportement du temps de propagation de groupe. Si un filtre passe-bas de Bessel est transposé en passe bande, les formes des atténuations en fonction de la fréquence seront conservées, mais pas le temps de propagation de groupe. La transposition de tels filtres ne présente donc aucun intérêt.

3/ Tableau de coefficients et courbes des filtres de Bessel.

Courbes du temps de propagation de groupe en fonction de la fréquence des filtres de Bessel.



Réponse des filtres de Bessel à un échelon unité.



— Courbes de l'atténuation en fonction de la fréquence des filtres de Bessel,

VALUE OF $n$	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$\epsilon_3$	$\epsilon_4$	$\epsilon_5$	$\epsilon_6$	$\epsilon_7$	$\epsilon_8$	$\epsilon_9$	$\epsilon_{10}$	$\epsilon_{11}$	$\epsilon_{12}$
1	2.0000	1.0000										
2	1.5774	0.4226	1.0000									
3	1.2550	0.5528	0.1922	1.0000								
4	1.0598	0.5116	0.3181	0.1104	1.0000							
5	0.9303	0.4577	0.3312	0.2090	0.0718	1.0000						
6	0.8377	0.4116	0.3158	0.2364	0.1480	0.0505	1.0000					
7	0.7677	0.3744	0.2944	0.2378	0.1778	0.1104	0.0375	1.0000				
8	0.7125	0.3446	0.2735	0.2297	0.1867	0.1387	0.0855	0.0289	1.0000			
9	0.6678	0.3203	0.2547	0.2184	0.1859	0.1506	0.1111	0.0682	0.0230	1.0000		
10	0.6305	0.3002	0.2384	0.2066	0.1808	0.1539	0.1240	0.0911	0.0557	0.0187	1.0000	
11	0.5989	0.2834	0.2243	0.1954	0.1739	0.1528	0.1296	0.1039	0.0761	0.0465	0.0154	1.0000

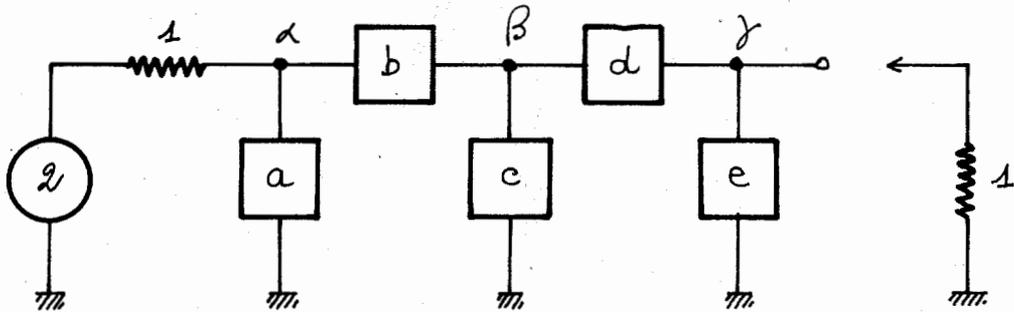
Table des éléments des filtres de Bessel avec  $g_0 = 1$ .

## IV - METHODE GENERALE DE CALCUL DES FILTRES POLYNOMIAUX

## 1/ Méthode générale de calcul

Si l'on considère un générateur alimentant un circuit, sa tension de sortie est égale à 2 et sa résistance interne égale à 1, pour une tension de sortie du circuit fixée, on déterminera un certain coefficient de transmission. Si l'on est adapté en entrée et en sortie, la transmission maximale sera de 1/2, soit par rapport au générateur, égale à 1.

On peut alors établir le schéma suivant :



- Le générateur de tension = 2.
- Les résistances de charge et interne du générateur sont égales à 1.
- Le filtre est constitué par les admittances a, b, c, d, e.
- $\alpha$   $\beta$   $\gamma$  sont les tensions aux bornes des admittances a, c, e.

On peut alors établir les sommes des courants à chaque point intermédiaire  $\alpha$   $\beta$   $\gamma$ .

$$(2 - \alpha) 1 = \alpha a + (\alpha - \beta) b$$

$$(\alpha - \beta) b = \beta c + (\beta - \gamma) d$$

$$(\beta - \gamma) d = \gamma (e + 1).$$

Ce système nous conduit à 3 équations à 3 inconnues, mais nous ne sommes intéressés que par  $\gamma$  qui est précisément la tension de sortie.

On remplace les valeurs a, b, c, d, e par leur admittance vraie :  $a \rightarrow ja'x$ ,  $b \rightarrow -\frac{j}{b'x}$  etc... (où  $x = \frac{f}{f_0} = F$  normalisée) et on écrit alors  $\gamma$  sous la forme d'un rapport de 2 nombres complexes.

En posant  $\frac{1}{\gamma^2}$ , on obtient directement l'affaiblissement en dB et, en fonction des coefficients que l'on s'est donné, on calcule la courbe de transmission du filtre. Dans le cas du Butterworth, on élimine tous les coefficients de puissance  $n^{-2}$ ,  $n^{-4}$ , etc... et, en ne gardant que le coefficient du plus haut degré, on retrouve alors la condition Butterworth.

Pour le Tchebyscheff, il faut différencier l'expression  $\frac{1}{x^2}$  pour connaître les fréquences des minima, écrire qu'ils sont tous égaux entre eux en amplitude à la valeur que l'on s'est fixée et en déduire les coefficients.

## 2/ Exemples de filtres ayant des coefficients simples

En appliquant la méthode générale de calcul des filtres polynomiaux à un filtre d'ordre 3, on obtiendra un nouveau polynôme  $P(x)$ .

En imposant certaines conditions dans la résolution de ce polynôme, on obtiendra différentes solutions définissant certaines caractéristiques des filtres. On peut retenir en particulier les filtres ayant des coefficients simples tels que le 1-1-1, 1,25-1,25-1,25,  $\sqrt{2}$ -1- $\sqrt{2}$ , 2-1-2 et 1-2-1.

### a) Filtres 1-1-1, 1,25-1,25-1,25, 1-2-1

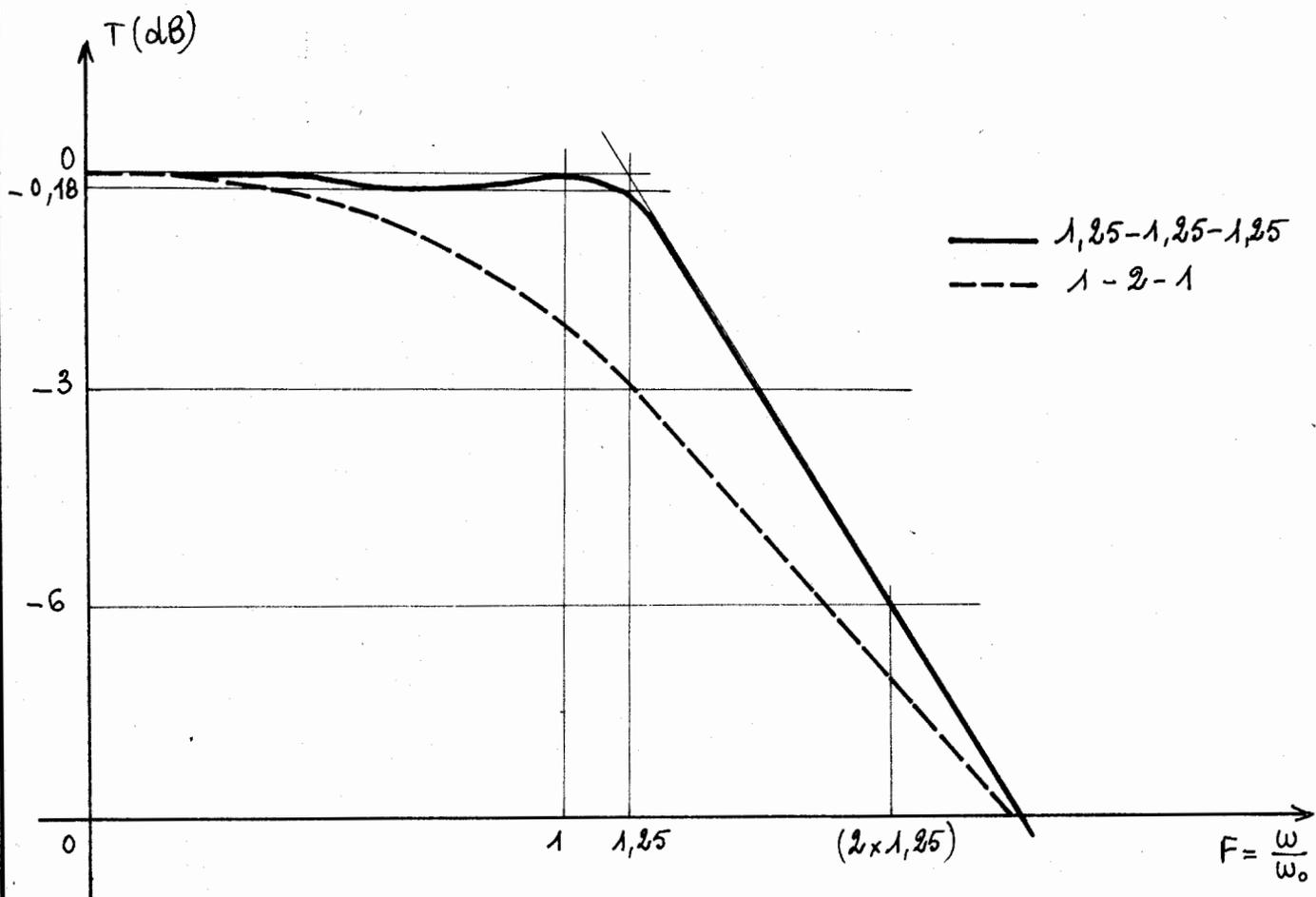
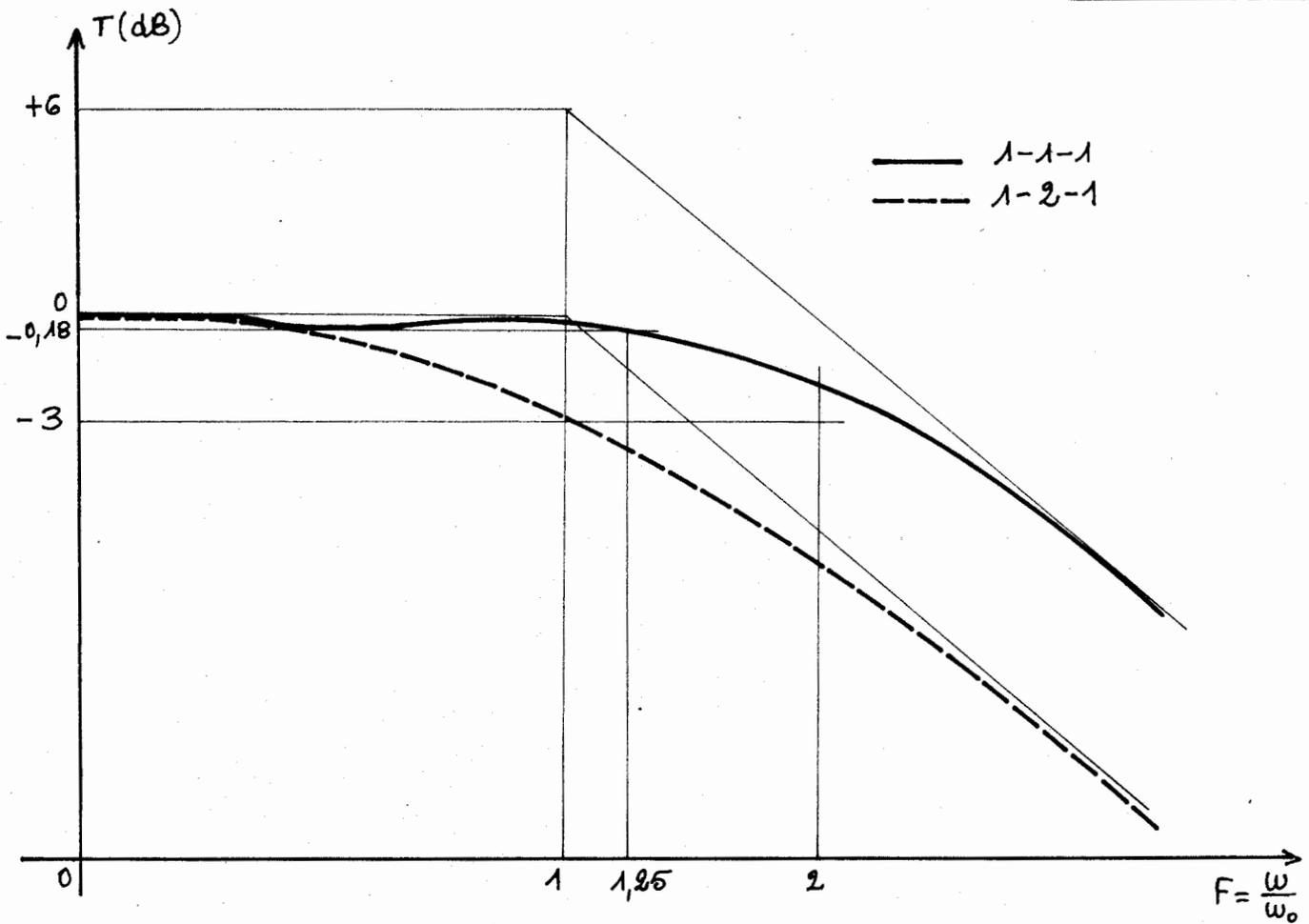
Dans le filtre 1-1-1, le produit des coefficients étant égal à 1, par rapport à 2 pour le Butterworth, son asymptote de 18 dB par octave débutera à + 6 dB à  $\omega_0$

puisque  $p = \frac{P}{2} = \frac{1}{2}$ .

Ce filtre est doublement intéressant car il a une transmission de 1 à  $\omega_0$  avec un déphasage de  $90^\circ$ , alors que le Butterworth présente une atténuation de 3 dB à  $\omega_0$  avec un déphasage de  $\frac{3\pi}{4}$ .

La résolution du polynôme complexe montre que l'on retrouve cette atténuation à la fréquence 1,25. Si l'on "recadre" le filtre en extrémité de bande pour avoir la même atténuation qu'au minimum de transmission en bande, les coefficients se retrouvent alors transposés à 1,25-1,25-1,25 et comme  $(1,25)^3 = 2$ , son asymptote en bande coupée n'est autre que celle du Butterworth.

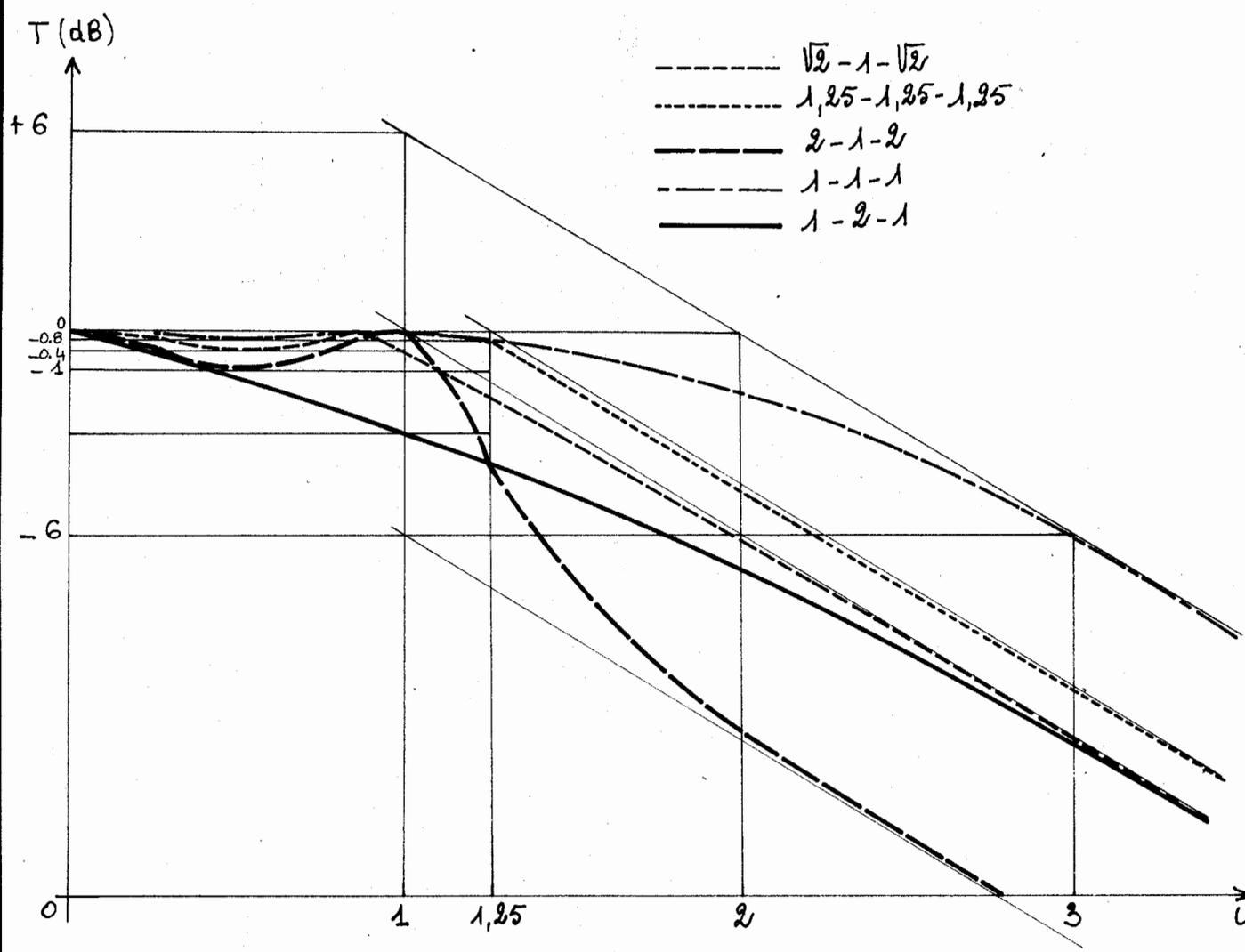
L'avantage que l'on a en prenant les coefficients 1,25-1,25-1,25 au lieu de 1-2-1 du Butterworth, est que l'on a une atténuation de 0,18 dB au lieu de 3 dB en bande passante (les asymptotes étant identiques en bande coupée).



b) Filtres  $\sqrt{2}-1-\sqrt{2}$  et  $2-1-2$

On montre sur le graphique suivant 4 filtres différents, obtenus à partir du Butterworth 1-2-1 tracé en trait plein.

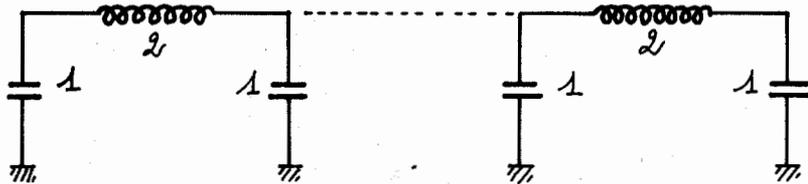
- Le  $\sqrt{2}-1-\sqrt{2}$ , dont le produit des coefficients est 2. Son asymptote est donc celle du Butterworth, son ondulation en bande passante est de 0,4 dB.
- Le  $2-1-2$ , en référence au Tchebyscheff. Son produit de coefficient étant 4, par rapport au Butterworth, son asymptote sera 6 dB plus bas. Il ondule de 1 dB dans la bande passante.
- Le  $1,25-1,25-1,25$ , cité plus haut, ondule de 0,18 dB dans la bande et repasse par 0,18 dB à 1,25 fois la fréquence de coupure.
- Le  $1-1-1$ , son asymptote est à 6 dB plus haut que l'asymptote du Butterworth et il ondule de 0,18 dB en bande passante.



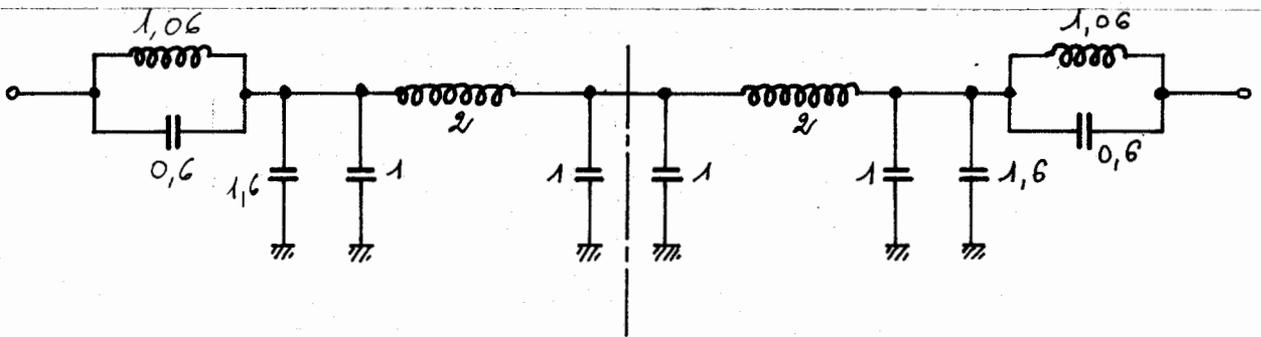
## V - LES FILTRES ELLIPTIQUES

### 1/ Introduction aux filtres de Cauer (ou elliptiques)

Si l'on a un filtre calculé en impédance image, constitué de cellules identiques du type passe-bas suivant :

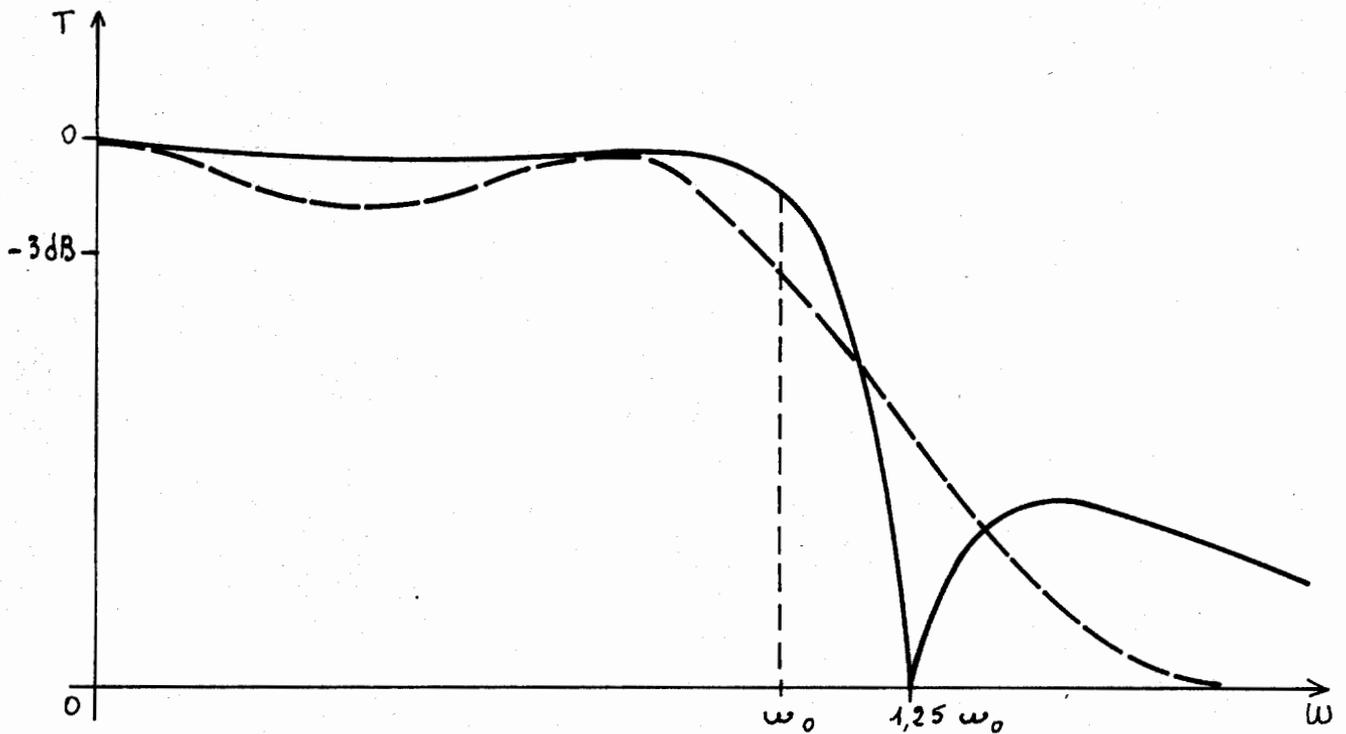


L'expérience montre que l'impédance image est beaucoup mieux réfléchiée si l'on termine le filtre à ses extrémités par des cellules comprenant des éléments en série avec les coefficients 1,6 - 0,6 - 1,06 dont le produit est égal à 1.



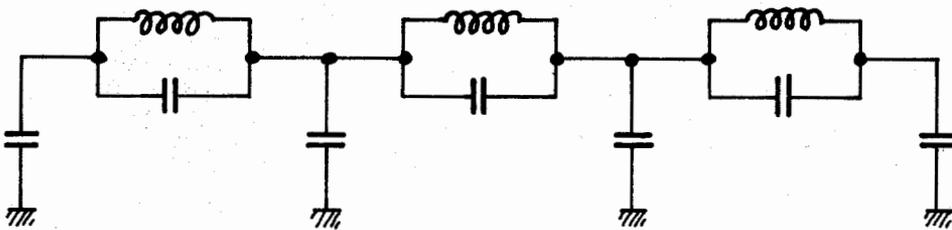
Dans un tel filtre, si la pulsation de coupure normale est  $\omega_0$ , on s'aperçoit que la résonance des éléments d'extrémité se fait sur  $1,25 \cdot \omega_0 = \frac{5}{4} \omega_0$ .

Si, en ayant seulement les cellules intermédiaires, on obtient la courbe en pointillé sur le graphe suivant, en ajoutant les cellules d'extrémités, on obtiendra une transmission en bande bien meilleure sur le plan ondulation et transmission à  $\omega_0$ . Il y a néanmoins la résonance série à  $1,25 \omega_0$ ; ce qui implique que la courbe passe par une transmission nulle pour cette fréquence et introduit une remontée de la transmission au-delà de cette absorption.



Les simples conditions de meilleure adaptation aux extrémités pour que l'impédance image soit plus exacte, permettent déjà d'introduire un "zéro de transmission" à 1,25 fois la bande passante, ce qui est intéressant si l'on a une fréquence particulière à rejeter. Donc, en utilisant des circuits résonants en série, on améliore à la fois la transmission en bande, et la gabarit dans la zone de la fréquence de coupure.

D'une manière générale, les filtres ayant des zéros intermédiaires (appelés elliptiques) reviennent à calculer des structures de filtre du type suivant :



## 2/ Caractéristiques des filtres elliptiques

Les filtres de Cauer ont été conçus à partir des critères suivants :

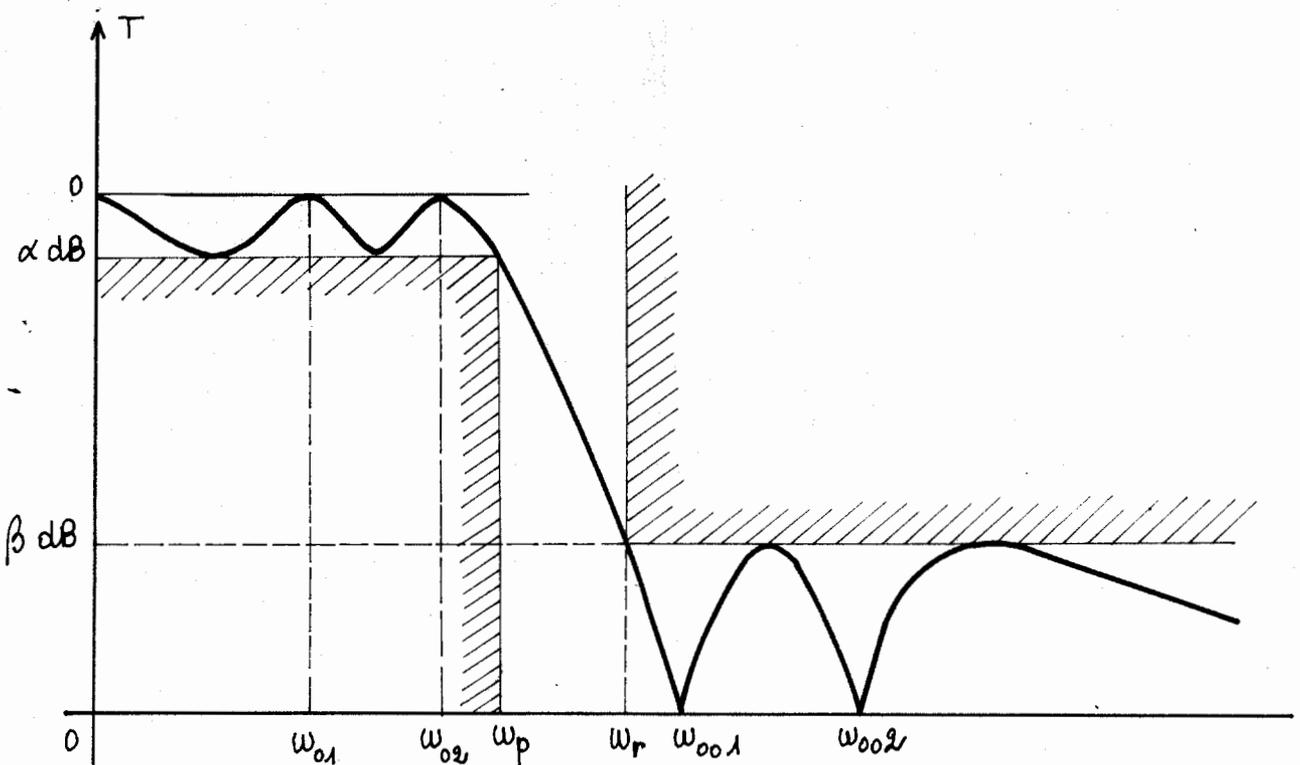
- posséder le plus grand nombre de zéros de transmission possible pour un ordre  $n$  donné ;
- avoir une atténuation uniformément répartie aussi bien en bande passante qu'en bande coupée.

Pour un filtre d'ordre  $n$ , il existe  $\frac{n}{2}$  ou  $\frac{n-1}{2}$  fréquences (suivant la parité de  $n$ ) pour lesquelles l'atténuation est infinie, et autant de fréquences pour lesquelles l'atténuation est nulle.

La résolution des fonctions caractéristiques des filtres de Cauer montre que les zéros de transmission et d'atténuation sont des fréquences réciproques, c'est à dire dont le produit est constant deux à deux :

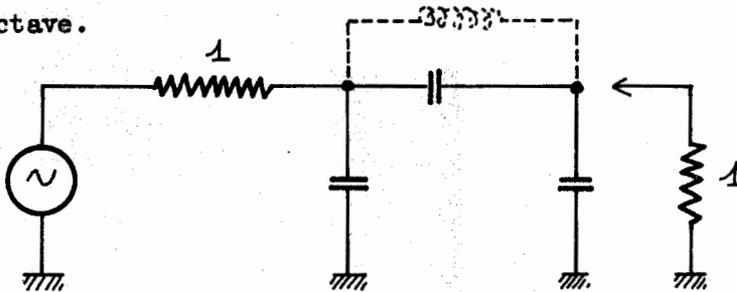
$$\omega_{01} \cdot \omega_{001} = \omega_{02} \cdot \omega_{002} = \dots = \omega_{ok} \cdot \omega_{0ok} = C^{te}$$

En pratique, on dira qu'un filtre elliptique est caractérisé par son ondulation maximum en bande passante ( $\alpha$ ) ; au delà de la fréquence de coupure, par un nombre de zéros de transmission égal au nombre de circuits oscillants ; et par la remontée maximum. Tous les creux dans la bande ont la même amplitude, et toutes les remontées hors bande sont égales. Au delà d'une fréquence  $\omega_r$ , l'affaiblissement est plus grand que  $\beta$  dB.

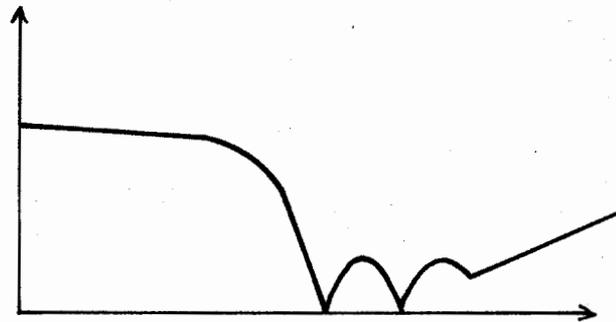
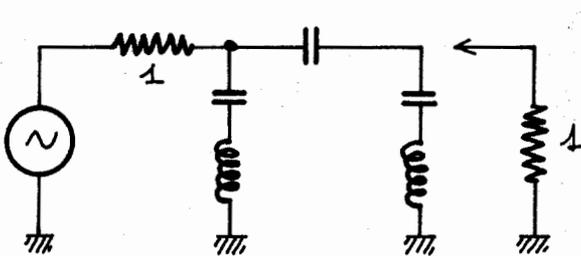


Le gabarit du Cauer est particulièrement bien déterminé du fait de ses ondulations en bande et hors bande qui ont respectivement les mêmes valeurs. Avant  $\omega_p$ , la courbe est supérieure ou égale à une certaine valeur d'affaiblissement  $\alpha$  dB, au delà de  $\omega_r$ , elle est inférieure ou égale à  $\beta$  dB.

A très haute fréquence, le filtre est équivalent à un diviseur capacitif du fait que les selfs présentent une impédance infinie, la pente d'atténuation est alors de 6 dB par octave.



Ce phénomène peut présenter quelques inconvénients car, si les condensateurs côté masse présentent une certaine self parasite, le filtre prend alors la structure d'un filtre passe-haut et provoque une remontée de la transmission en HF.

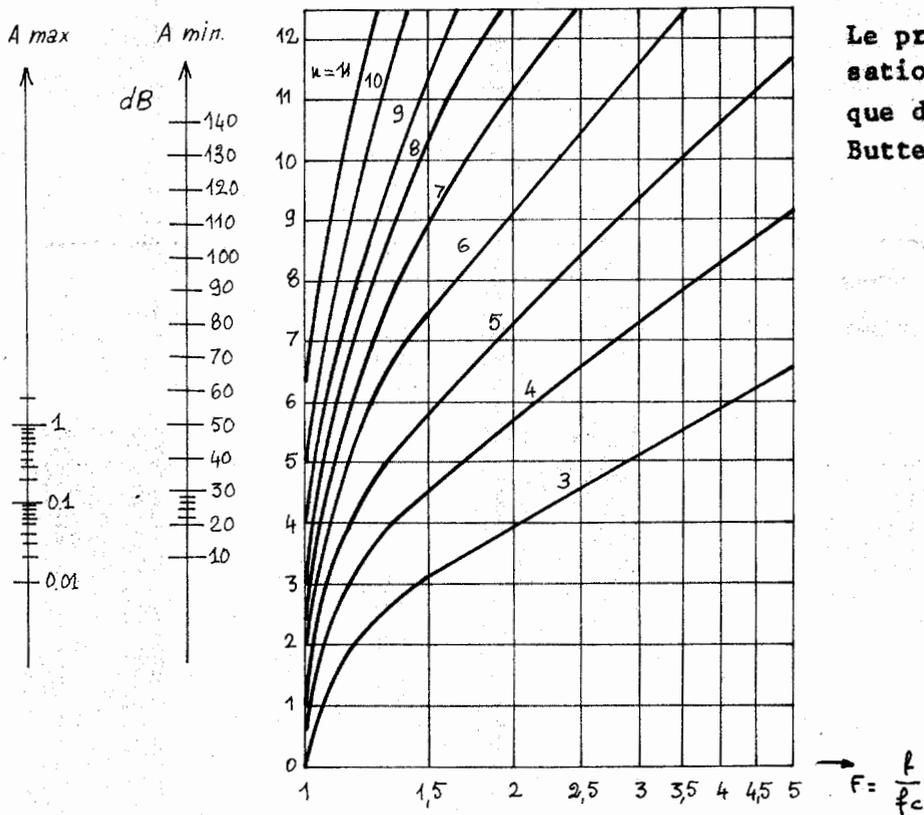


### 3/ Table des coefficients, des zéros de transmission et d'atténuation

Les calculs à mettre en oeuvre, pour déterminer les valeurs de ces filtres, font appel à la résolution d'intégrales elliptiques. Ils demeurent donc particulièrement complexes.

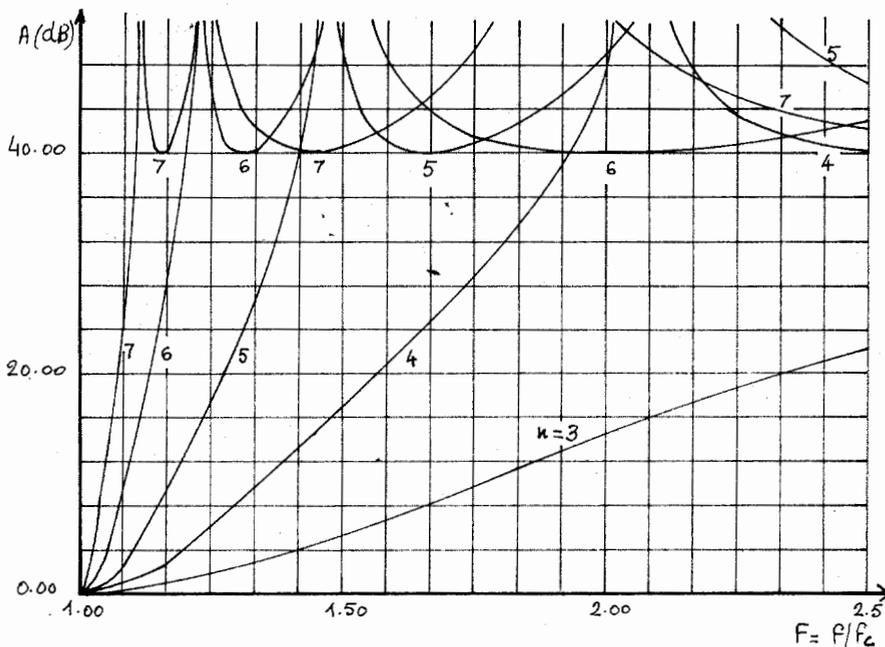
Mais il existe des tables très complètes donnant les coefficients de nombreux filtres différenciés par les caractéristiques telles que l'atténuation maximum en bande, l'atténuation minimum hors bande, les fréquences pour lesquelles la transmission est nulle, etc...

a) Abaque permettant de déterminer l'ordre  $n$  d'un filtre de Caer lorsque l'on connaît sa sélectivité  $F$ , l'ondulation en bande passante :  $A_{max}$  et l'atténuation minimale en bande coupée  $A_{min}$ .

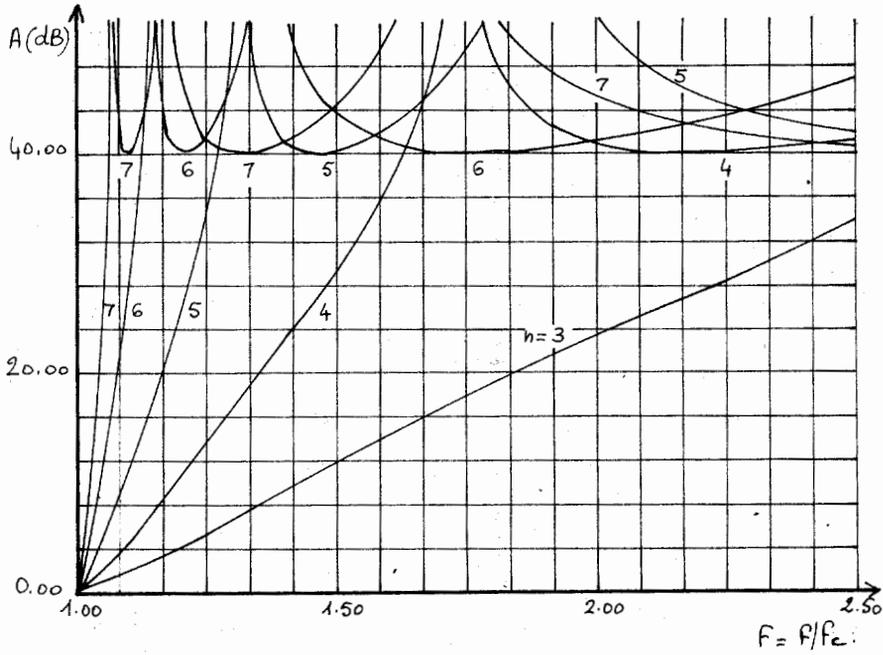


b) Courbes de transmission en fonction de la fréquence.

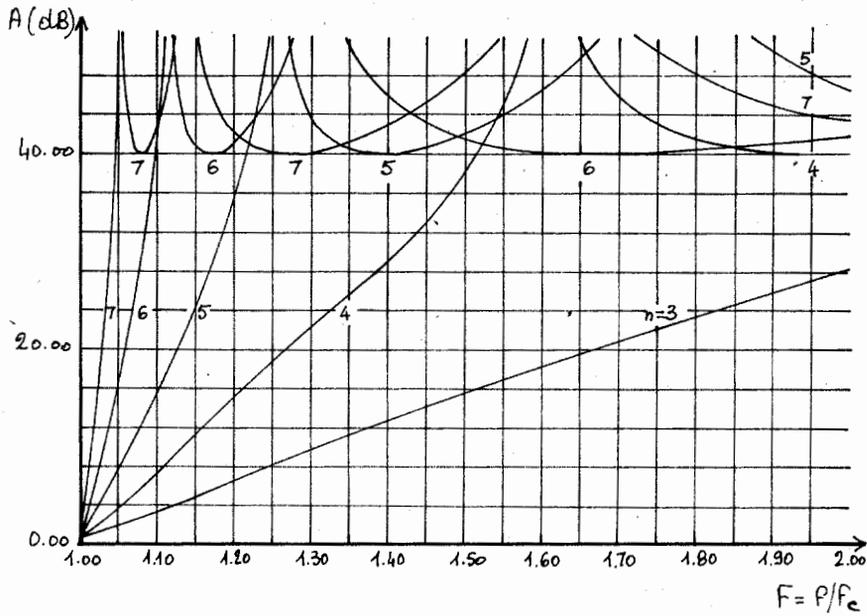
Courbes de l'atténuation en fonction de la fréquence des filtres de Caer de paramètres  $A_{max} = 0,1$  dB et  $A_{min} = 40$  dB.



Courbes de l'atténuation en fonction de la fréquence des filtres de Caer de paramètres  $A_{max} = 0,5 \text{ dB}$  et  $A_{min} = 40 \text{ dB}$ .

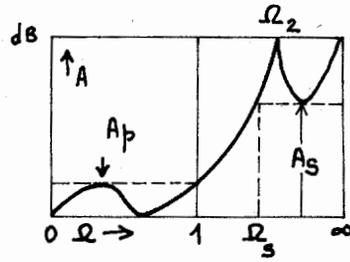
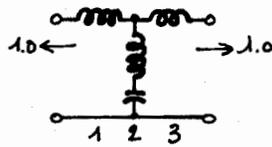
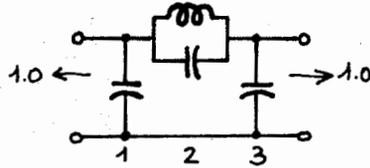


Courbes de l'atténuation en fonction de la fréquence des filtres de Caer de paramètres  $A_{max} = 1 \text{ dB}$  et  $A_{min} = 40 \text{ dB}$ .



c) Table des coefficients des filtres elliptiques.

Cas de  $n=3$



Ondulation en bande passante  $A_p = 1$  dB.

$\Omega_s$	$A_s$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$
1.295	20	1.570	0.805	0.613	1.424	1.570
1.484	25	1.688	0.497	0.729	1.660	1.688
1.732	30	1.783	0.322	0.812	1.954	1.783
2.048	35	1.852	0.214	0.865	2.324	1.852
2.418	40	1.910	0.145	0.905	2.762	1.910
2.856	45	1.965	0.101	0.929	3.279	1.965
$\Omega_s$	$A_s$	$L_1$	$L_2$	$C_2$	$\Omega_2$	$L_3$

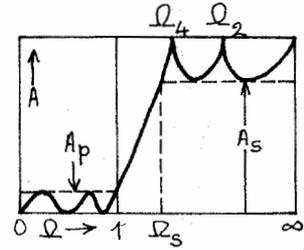
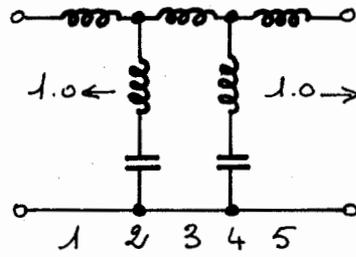
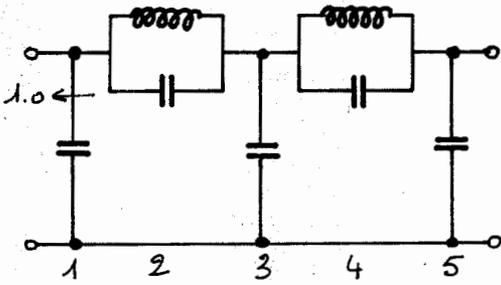
Ondulation en bande passante  $A_p = 0,5$  dB.

$\Omega_s$	$A_s$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$
1.416	20	1.267	0.536	0.748	1.578	1.267
1.636	25	1.361	0.344	0.853	1.846	1.361
1.935	30	1.425	0.226	0.924	2.189	1.425
2.283	35	1.479	0.152	0.976	2.600	1.479
2.713	40	1.514	0.102	1.015	3.108	1.514
$\Omega_s$	$A_s$	$L_1$	$L_2$	$C_2$	$\Omega_2$	$L_3$

Ondulation en bande passante  $A_p = 0,1$  dB.

$\Omega_s$	$A_s$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$
1.756	20	0.850	0.290	0.871	1.986	0.850
2.082	25	0.902	0.188	0.951	2.362	0.902
2.465	30	0.941	0.125	1.012	2.813	0.941
2.921	35	0.958	0.837	1.057	3.362	0.958
3.542	40	0.988	0.570	1.081	4.027	0.988
$\Omega_s$	$A_s$	$L_1$	$L_2$	$C_2$	$\Omega_2$	$L_3$

Cas de  $n = 5$



Ondulation en bande passante  $A_p = 1$  dB.

$\Omega_s$	$A_s$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$	$C_4$	$L_4$	$\Omega_4$	$C_5$
1.145	35	1.783	0.474	0.827	1.597	1.978	1.487	0.488	1.174	1.276
1.217	40	1.861	0.372	0.873	1.755	2.142	1.107	0.578	1.250	1.427
1.245	45	1.923	0.293	0.947	1.898	2.296	0.848	0.684	1.313	1.553
1.407	50	1.933	0.223	0.963	2.158	2.392	0.626	0.750	1.459	1.635
1.528	55	1.976	0.178	0.986	2.387	2.519	0.487	0.811	1.591	1.732
1.674	60	2.007	0.141	1.003	2.660	2.620	0.380	0.862	1.747	1.807
1.841	65	2.036	0.113	1.016	2.952	2.703	0.301	0.901	1.920	1.873
2.036	70	2.056	0.890	1.028	3.306	2.732	0.239	0.934	2.117	1.928
$\Omega_s$	$A_s$	$L_1$	$L_2$	$C_2$	$\Omega_2$	$L_3$	$L_4$	$C_4$	$\Omega_4$	$L_5$

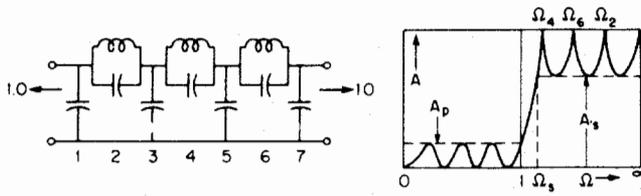
Ondulation en bande passante  $A_p = 0.5$  dB.

$\Omega_s$	$A_s$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$	$C_4$	$L_4$	$\Omega_4$	$C_5$
1.186	35	1.439	0.358	0.967	1.700	1.762	1.116	0.600	1.222	1.026
1.270	40	1.495	0.279	1.016	1.878	1.880	0.840	0.696	1.308	1.114
1.369	45	1.530	0.218	1.063	2.077	1.997	0.627	0.795	1.416	1.241
1.481	50	1.563	0.172	1.099	2.300	2.113	0.482	0.875	1.540	1.320
1.618	55	1.559	0.134	1.140	2.558	2.188	0.369	0.949	1.690	1.342
1.782	60	1.603	0.108	1.143	2.847	2.248	0.291	0.995	1.858	1.449
1.963	65	1.626	0.860	1.158	3.169	2.306	0.230	1.037	2.048	1.501
2.164	70	1.624	0.679	1.178	3.536	2.319	0.182	1.078	2.258	1.521
$\Omega_s$	$A_s$	$L_1$	$L_2$	$C_2$	$\Omega_2$	$L_3$	$L_4$	$C_4$	$\Omega_4$	$L_5$

Ondulation en bande passante  $A_p = 0.1$  dB.

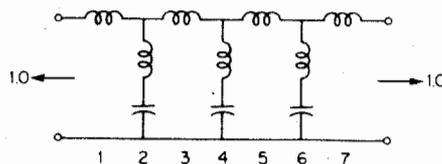
$\Omega_s$	$A_s$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$	$C_4$	$L_4$	$\Omega_4$	$C_5$
1.309	35	0.977	0.230	1.139	1.954	1.488	0.742	0.740	1.350	0.701
1.414	40	1.010	0.177	1.193	2.176	1.586	0.530	0.875	1.468	0.766
1.540	45	1.032	0.140	1.228	2.412	1.657	0.401	0.968	1.605	0.836
1.690	50	1.044	0.1178	1.180	2.682	1.726	0.283	1.134	1.765	0.885
1.860	55	1.072	0.0880	1.275	2.985	1.761	0.241	1.100	1.942	0.943
2.048	60	1.095	0.0699	1.292	3.328	1.801	0.192	1.148	2.130	0.988
2.262	65	1.108	0.0555	1.308	3.712	1.834	0.151	1.191	2.358	1.022
2.512	70	1.112	0.0440	1.319	4.151	1.858	0.119	1.225	2.619	1.044
$\Omega_s$	$A_s$	$L_1$	$L_2$	$C_2$	$\Omega_2$	$L_3$	$L_4$	$C_4$	$\Omega_4$	$L_5$

Ondulation en bande passante :  $A_p = 0.18 \text{ dB}$

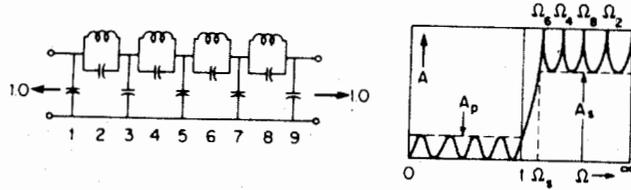


$\Omega_s$	$A_s$ (dB)	$C_1$	$C_2$	$L_1$	$\Omega_1$	$C_3$	$C_4$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_5$	$C_6$	$L_3$	$\Omega_3$	$C_7$
2.281 172	105.4	1.310	0.0290	1.358	5.038 750	2.100	0.1353	1.357	2.333 900	2.049	0.0955	1.281	2.859 592	1.247
2.202 689	103.0	1.308	0.0314	1.355	4.848 897	2.089	0.1465	1.345	2.253 156	2.034	0.1034	1.272	2.756 829	1.240
2.130 054	100.7	1.306	0.0339	1.353	4.672 457	2.078	0.1582	1.332	2.178 409	2.019	0.1117	1.263	2.661 529	1.233
2.062 665	98.5	1.304	0.0364	1.350	4.508 037	2.066	0.1704	1.319	2.109 040	2.003	0.1204	1.254	2.572 021	1.226
2.000 600	96.3	1.302	0.0391	1.347	4.354 434	2.054	0.1833	1.305	2.044 515	1.987	0.1293	1.245	2.490 337	1.218
1.941 604	94.2	1.299	0.0420	1.344	4.210 595	2.042	0.1966	1.292	1.984 368	1.970	0.1390	1.235	2.413 194	1.210
1.887 080	92.2	1.297	0.0449	1.341	4.075 602	2.029	0.2106	1.277	1.928 190	1.952	0.1490	1.225	2.340 984	1.202
1.836 078	90.2	1.294	0.0479	1.338	3.948 647	2.016	0.2252	1.262	1.875 623	1.934	0.1593	1.214	2.273 259	1.193
1.788 202	88.3	1.292	0.0511	1.335	3.820 016	2.002	0.2404	1.247	1.826 351	1.916	0.1702	1.204	2.209 625	1.184
1.743 447	86.4	1.289	0.0544	1.332	3.716 070	1.988	0.2562	1.232	1.780 095	1.897	0.1815	1.193	2.149 731	1.175
1.701 302	84.6	1.286	0.0578	1.328	3.600 267	1.973	0.2727	1.216	1.736 606	1.878	0.1932	1.181	2.093 268	1.165
1.661 610	82.8	1.283	0.0614	1.324	3.508 087	1.959	0.2900	1.199	1.695 662	1.858	0.2055	1.169	2.039 937	1.155
1.624 269	81.0	1.280	0.0650	1.321	3.412 086	1.943	0.3079	1.183	1.657 065	1.837	0.2183	1.157	1.989 552	1.145
1.589 019	79.3	1.277	0.0689	1.317	3.320 862	1.928	0.3267	1.165	1.620 638	1.817	0.2317	1.145	1.941 830	1.135
1.555 724	77.6	1.274	0.0728	1.313	3.234 050	1.912	0.3462	1.148	1.586 220	1.795	0.2456	1.132	1.896 591	1.124
1.524 253	76.0	1.270	0.0770	1.308	3.151 325	1.895	0.3666	1.130	1.553 668	1.773	0.2601	1.119	1.853 653	1.113
1.494 477	74.3	1.267	0.0812	1.304	3.072 388	1.879	0.3879	1.112	1.522 851	1.751	0.2753	1.105	1.812 855	1.102
1.466 279	72.8	1.263	0.0857	1.300	2.996 069	1.862	0.4101	1.093	1.493 651	1.728	0.2911	1.092	1.774 048	1.090
1.439 557	71.2	1.259	0.0903	1.295	2.924 824	1.844	0.4332	1.074	1.465 961	1.705	0.3076	1.077	1.737 098	1.078
1.414 214	69.7	1.255	0.0950	1.290	2.855 727	1.826	0.4575	1.055	1.439 683	1.682	0.3248	1.063	1.701 881	1.066
1.390 164	68.2	1.251	0.1000	1.285	2.789 476	1.808	0.4828	1.035	1.414 728	1.657	0.3428	1.048	1.668 286	1.053
1.367 327	66.7	1.247	0.1051	1.280	2.725 881	1.789	0.5093	1.015	1.391 018	1.633	0.3617	1.033	1.636 211	1.040
1.345 633	65.2	1.243	0.1105	1.275	2.664 770	1.770	0.5370	0.9944	1.368 471	1.608	0.3814	1.017	1.605 563	1.027
1.325 013	63.7	1.238	0.1160	1.269	2.605 984	1.751	0.5661	0.9736	1.347 026	1.583	0.4020	1.001	1.576 255	1.013
1.305 407	62.3	1.234	0.1217	1.264	2.549 377	1.731	0.5965	0.9525	1.326 618	1.557	0.4235	0.9850	1.548 208	0.9992

1.286 760	60.0	1.229	0.1277	1.258	2.494 813	1.711	0.6286	0.9310	1.307 190	1.531	0.4462	0.9684	1.521 349	0.9848
1.269 018	59.5	1.224	0.1339	1.252	2.442 167	1.690	0.6622	0.9093	1.288 687	1.504	0.4699	0.9514	1.495 612	0.9699
1.252 136	58.1	1.219	0.1404	1.246	2.391 323	1.669	0.6977	0.8872	1.271 063	1.477	0.4948	0.9340	1.470 934	0.9547
1.236 068	56.8	1.213	0.1471	1.239	2.342 170	1.648	0.7351	0.8648	1.254 270	1.450	0.5211	0.9163	1.447 259	0.9391
1.220 775	55.4	1.208	0.1541	1.232	2.294 610	1.626	0.7745	0.8420	1.238 269	1.422	0.5487	0.8981	1.424 533	0.9230
1.206 218	54.1	1.202	0.1614	1.225	2.248 546	1.604	0.8163	0.8190	1.223 020	1.394	0.5778	0.8796	1.402 707	0.9065
1.192 363	52.7	1.196	0.1690	1.218	2.203 891	1.581	0.8605	0.7957	1.208 487	1.365	0.6085	0.8607	1.381 735	0.8896
1.179 178	51.4	1.190	0.1770	1.211	2.160 560	1.558	0.9075	0.7721	1.194 638	1.336	0.6411	0.8414	1.361 575	0.8722
1.166 633	50.1	1.183	0.1853	1.203	2.118 476	1.535	0.9576	0.7482	1.181 442	1.307	0.6755	0.8217	1.342 188	0.8543
1.154 701	48.8	1.177	0.1939	1.195	2.077 565	1.511	1.0111	0.7240	1.168 869	1.278	0.7121	0.8016	1.323 537	0.8360
1.143 354	47.5	1.170	0.2030	1.186	2.037 756	1.487	1.0688	0.6995	1.156 895	1.248	0.7510	0.7811	1.305 587	0.8171
1.132 570	46.2	1.163	0.2125	1.177	1.998 983	1.463	1.129	0.6748	1.145 494	1.218	0.7925	0.7602	1.288 307	0.7976
1.122 326	44.9	1.155	0.2225	1.168	1.961 181	1.438	1.195	0.6498	1.134 644	1.188	0.8369	0.7389	1.271 668	0.7776
1.112 602	43.7	1.147	0.2331	1.159	1.924 292	1.412	1.267	0.6245	1.124 323	1.157	0.8845	0.7171	1.255 641	0.7570
1.103 378	42.4	1.139	0.2441	1.149	1.888 255	1.386	1.344	0.5990	1.114 512	1.126	0.9357	0.6949	1.240 200	0.7357
1.094 636	41.1	1.130	0.2559	1.138	1.853 014	1.360	1.428	0.5732	1.105 192	1.095	0.9909	0.6722	1.225 322	0.7138
1.086 360	39.8	1.121	0.2682	1.127	1.818 515	1.333	1.520	0.5472	1.096 346	1.064	1.051	0.6490	1.210 984	0.6911
1.078 535	38.5	1.112	0.2814	1.116	1.784 703	1.306	1.622	0.5209	1.087 959	1.032	1.116	0.6254	1.197 165	0.6676
1.071 145	37.2	1.101	0.2953	1.104	1.751 526	1.278	1.734	0.4945	1.080 016	1.001	1.187	0.6013	1.183 845	0.6433
1.064 178	35.9	1.091	0.3102	1.091	1.718 931	1.250	1.859	0.4678	1.072 504	0.9689	1.265	0.5767	1.171 007	0.6181
1.057 621	34.6	1.080	0.3262	1.077	1.686 865	1.221	1.998	0.4409	1.065 409	0.9371	1.351	0.5516	1.158 633	0.5920
1.051 462	33.3	1.068	0.3433	1.063	1.655 277	1.192	2.156	0.4138	1.058 721	0.9051	1.446	0.5259	1.146 708	0.5647
1.045 692	32.0	1.055	0.3618	1.048	1.624 111	1.162	2.336	0.3865	1.052 428	0.8731	1.533	0.4997	1.135 217	0.5363
1.040 299	30.7	1.042	0.3818	1.032	1.593 311	1.131	2.543	0.3591	1.046 522	0.8412	1.673	0.4729	1.124 147	0.5066
1.035 276	29.3	1.028	0.4037	1.014	1.562 818	1.100	2.784	0.3315	1.040 993	0.8093	1.810	0.4455	1.113 485	0.4754
1.030 614	27.9	1.013	0.4278	0.9953	1.532 571	1.069	3.068	0.3038	1.035 833	0.7776	1.968	0.4175	1.103 221	0.4426
1.026 304	26.5	0.9960	0.4544	0.9749	1.502 499	1.036	3.408	0.2760	1.031 035	0.7460	2.151	0.3888	1.093 345	0.4079
1.022 341	25.1	0.9782	0.4841	0.9527	1.472 529	1.004	3.822	0.2483	1.026 592	0.7148	2.368	0.3595	1.083 849	0.3710
1.018 717	23.6	0.9588	0.5177	0.9282	1.442 574	0.9699	4.337	0.2205	1.022 499	0.6841	2.628	0.3295	1.074 724	0.3316
1.015 427	22.1	0.9376	0.5562	0.9011	1.412 537	0.9356	4.994	0.1929	1.018 751	0.6540	2.946	0.2987	1.065 966	0.2892
1.012 465	20.6	0.9142	0.6011	0.8707	1.382 299	0.9006	5.858	0.1656	1.015 345	0.6248	3.346	0.2672	1.057 569	0.2431
1.009 828	18.9	0.8881	0.6545	0.8363	1.351 718	0.8648	7.036	0.1387	1.012 276	0.5968	3.863	0.2350	1.049 533	0.1926
1.007 510	17.3	0.8587	0.7197	0.7967	1.320 610	0.8283	8.723	0.1125	1.009 543	0.5706	4.559	0.2021	1.041 856	0.1363
1.005 508	15.5	0.8252	0.8023	0.7504	1.288 733	0.7911	11.29	0.0873	1.007 145	0.5470	5.545	0.1685	1.034 542	0.0765
1.003 820	13.6	0.7863	0.9121	0.6953	1.255 747	0.7533	15.55	0.0636	1.005 081	0.5275	7.042	0.1345	1.027 600	-0.0016



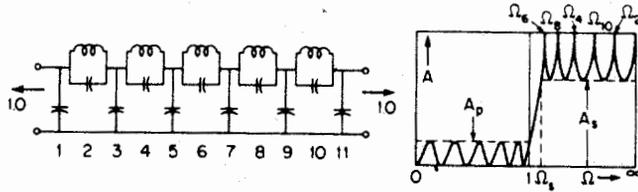
Ondulation en bande passante :  $A_p = 0.18 \text{ dB}$ .



$\Omega_s$	$A_s[\text{dB}]$	$C_1$	$C_2$	$L_3$	$\Omega_4$	$C_5$	$C_6$	$L_7$	$\Omega_8$	$C_9$	$C_{10}$	$L_{11}$	$\Omega_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$L_{15}$	$\Omega_{16}$	$C_{17}$	$C_{18}$	$L_{19}$	$\Omega_{20}$	$C_{21}$		
1.701 302	110.1	1.318	0.0354	1.367	4.543 865	2.067	0.2078	1.310	1.916 452	1.034	0.2703	1.247	1.722 454	1.949	0.1273	1.263	2.494 683	1.233						
1.661 640	113.8	1.316	0.0376	1.365	4.414 407	2.035	0.2207	1.297	1.809 159	1.912	0.2873	1.230	1.682 023	1.931	0.1352	1.254	2.428 228	1.226						
1.624 200	111.5	1.315	0.0399	1.362	4.291 507	2.013	0.2341	1.283	1.824 497	1.889	0.3050	1.213	1.643 916	1.912	0.1435	1.246	2.365 200	1.219						
1.580 016	109.3	1.313	0.0422	1.360	4.174 052	2.030	0.2451	1.269	1.782 260	1.866	0.3234	1.196	1.607 957	1.893	0.1521	1.237	2.305 598	1.212						
1.535 724	107.2	1.310	0.0446	1.357	4.063 382	2.017	0.2626	1.254	1.742 285	1.842	0.3426	1.178	1.573 980	1.874	0.1610	1.228	2.248 907	1.204						
1.524 253	105.1	1.308	0.0471	1.355	3.957 281	2.004	0.2777	1.240	1.704 302	1.817	0.3626	1.160	1.541 869	1.854	0.1703	1.219	2.194 997	1.197						
1.494 477	103.0	1.306	0.0498	1.352	3.855 009	1.991	0.2934	1.224	1.668 439	1.792	0.3834	1.142	1.511 408	1.834	0.1800	1.209	2.143 099	1.180						
1.460 279	100.9	1.304	0.0525	1.340	3.759 105	1.977	0.3097	1.209	1.634 294	1.767	0.4052	1.123	1.482 608	1.813	0.1901	1.199	2.094 742	1.180						
1.430 537	98.0	1.301	0.0553	1.346	3.666 376	1.963	0.3267	1.193	1.601 835	1.741	0.4278	1.104	1.455 304	1.792	0.2005	1.189	2.048 051	1.172						
1.414 214	97.0	1.299	0.0582	1.343	3.577 497	1.948	0.3444	1.177	1.570 952	1.714	0.4515	1.084	1.420 460	1.770	0.2111	1.178	2.003 447	1.163						
1.390 164	95.0	1.296	0.0612	1.340	3.492 207	1.934	0.3628	1.160	1.541 544	1.687	0.4762	1.064	1.404 867	1.748	0.2228	1.168	1.960 793	1.154						
1.367 327	93.1	1.294	0.0643	1.336	3.410 268	1.918	0.3820	1.143	1.513 520	1.659	0.5020	1.044	1.381 504	1.725	0.2346	1.157	1.919 963	1.145						
1.345 033	91.2	1.291	0.0670	1.333	3.331 459	1.903	0.4019	1.126	1.486 796	1.631	0.5289	1.023	1.359 299	1.702	0.2468	1.145	1.880 842	1.135						
1.325 619	89.3	1.288	0.0710	1.329	3.255 578	1.887	0.4227	1.108	1.461 293	1.603	0.5571	1.002	1.338 183	1.679	0.2596	1.134	1.843 326	1.126						
1.305 407	87.5	1.285	0.0745	1.326	3.182 438	1.871	0.4444	1.090	1.436 942	1.574	0.5867	0.9811	1.318 096	1.655	0.2730	1.121	1.807 315	1.116						
1.280 700	85.7	1.282	0.0781	1.322	3.111 805	1.854	0.4671	1.071	1.413 677	1.544	0.6176	0.9595	1.298 979	1.631	0.2869	1.109	1.772 722	1.105						
1.260 018	83.9	1.279	0.0819	1.318	3.043 099	1.837	0.4908	1.052	1.391 438	1.514	0.6501	0.9377	1.280 780	1.600	0.3014	1.096	1.730 402	1.094						
1.252 130	82.1	1.275	0.0858	1.314	2.977 790	1.820	0.5153	1.033	1.370 170	1.484	0.6843	0.9155	1.263 452	1.581	0.3169	1.083	1.707 490	1.083						
1.230 008	80.4	1.272	0.0890	1.310	2.914 600	1.802	0.5414	1.014	1.349 821	1.453	0.7202	0.8930	1.246 949	1.555	0.3324	1.070	1.679 044	1.072						
1.220 775	78.6	1.268	0.0942	1.305	2.852 198	1.784	0.5685	0.9939	1.330 344	1.421	0.7580	0.8703	1.231 230	1.529	0.3490	1.056	1.640 949	1.060						

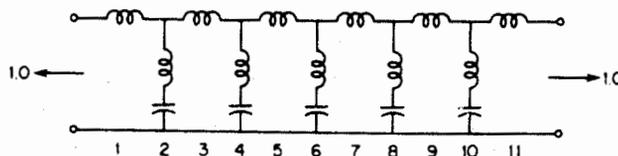
1.200 218	70.9	1.265	0.0980	1.301	2.792 263	1.765	0.5900	0.9737	1.311 695	1.389	0.7979	0.8472	1.216 257	1.502	0.3664	1.042	1.618 313	1.048						
1.192 363	73.2	1.261	0.1032	1.296	2.734 070	1.746	0.6268	0.9531	1.293 834	1.357	0.8401	0.8239	1.201 995	1.470	0.3846	1.028	1.590 678	1.036						
1.179 178	73.5	1.257	0.1080	1.291	2.677 540	1.729	0.6582	0.9321	1.270 723	1.324	0.8847	0.8003	1.188 411	1.448	0.4037	1.013	1.563 993	1.023						
1.166 633	71.8	1.253	0.1131	1.286	2.622 544	1.707	0.6912	0.9108	1.250 327	1.291	0.9321	0.7761	1.175 475	1.420	0.4238	0.9974	1.538 206	1.010						
1.154 701	70.1	1.248	0.1183	1.281	2.568 093	1.680	0.7261	0.8891	1.244 013	1.257	0.9825	0.7523	1.163 158	1.392	0.4449	0.9816	1.513 271	0.9950						
1.143 354	68.5	1.244	0.1238	1.275	2.516 707	1.660	0.7629	0.8670	1.229 551	1.223	1.036	0.7279	1.151 435	1.363	0.4671	0.9654	1.480 144	0.9817						
1.132 570	66.8	1.239	0.1296	1.269	2.465 867	1.644	0.8019	0.8446	1.215 114	1.189	1.093	0.7033	1.140 280	1.334	0.4906	0.9487	1.465 786	0.9671						
1.122 326	65.2	1.234	0.1356	1.263	2.416 121	1.623	0.8433	0.8217	1.201 275	1.154	1.155	0.6785	1.129 672	1.305	0.5155	0.9315	1.443 156	0.9520						
1.112 602	63.5	1.229	0.1420	1.257	2.367 479	1.600	0.8873	0.7985	1.188 099	1.119	1.221	0.6534	1.119 590	1.275	0.5418	0.9138	1.421 219	0.9364						
1.103 378	61.0	1.223	0.1487	1.250	2.319 854	1.578	0.9342	0.7749	1.175 295	1.083	1.292	0.6281	1.110 013	1.244	0.5698	0.8956	1.399 940	0.9202						
1.094 630	60.2	1.217	0.1557	1.243	2.273 180	1.554	0.9844	0.7509	1.163 112	1.047	1.369	0.6026	1.100 924	1.213	0.5995	0.8768	1.379 288	0.9034						
1.086 300	58.6	1.211	0.1631	1.236	2.227 378	1.531	1.038	0.7265	1.151 440	1.011	1.453	0.5769	1.092 306	1.182	0.6313	0.8574	1.379 230	0.8860						
1.078 535	56.9	1.205	0.1710	1.228	2.182 375	1.506	1.096	0.7017	1.140 200	0.9738	1.544	0.5510	1.084 144	1.150	0.6653	0.8374	1.339 739	0.8679						
1.071 145	55.2	1.198	0.1793	1.220	2.138 097	1.481	1.159	0.6764	1.129 558	0.9367	1.644	0.5250	1.076 422	1.118	0.7019	0.8167	1.320 787	0.8491						
1.064 178	53.6	1.191	0.1882	1.211	2.094 470	1.453	1.227	0.6507	1.119 316	0.8992	1.754	0.4987	1.069 128	1.085	0.7413	0.7953	1.302 316	0.8294						
1.057 021	51.9	1.184	0.1977	1.202	2.051 420	1.429	1.301	0.6245	1.109 521	0.8614	1.876	0.4723	1.062 248	1.052	0.7840	0.7732	1.284 392	0.8089						
1.051 462	50.2	1.179	0.2078	1.192	2.008 869	1.401	1.382	0.5979	1.100 160	0.8233	2.013	0.4457	1.055 772	1.018	0.8304	0.7503	1.266 900	0.7875						
1.046 092	48.5	1.170	0.2187	1.182	1.966 738	1.373	1.471	0.5708	1.091 222	0.7840	2.166	0.4190	1.049 089	0.9841	0.8812	0.7265	1.240 847	0.7650						
1.040 209	46.8	1.158	0.2305	1.171	1.924 042	1.344	1.571	0.5432	1.082 095	0.7463	2.339	0.3922	1.043 089	0.9494	0.9370	0.7017	1.233 200	0.7414						
1.035 276	45.1	1.148	0.2433	1.159	1.883 393	1.314	1.682	0.5150	1.074 570	0.7073	2.538	0.3652	1.038 063	0.9141	0.9988	0.6790	1.216 960	0.7165						
1.030 014	43.3	1.137	0.2572	1.146	1.841 992	1.283	1.807	0.4862	1.066 839	0.6681	2.768	0.3381	1.033 703	0.8782	1.068	0.6491	1.201 993	0.6902						
1.026 304	41.5	1.129	0.2724	1.132	1.800 631	1.251	1.950	0.4569	1.059 491	0.6287	3.036	0.3110	1.029 101	0.8418	1.146	0.6211	1.185 571	0.6622						
1.022 311	39.0	1.113	0.2893	1.117	1.759 184	1.218	2.115	0.4268	1.052 530	0.5891	3.355	0.2838	1.024 852	0.8048	1.234	0.5917	1.170 376	0.6323						
1.018 717	37.7	1.099	0.3081	1.100	1.717 528	1.183	2.																	

Ondulation en bande passante :  $A_p = 0.18 \text{ dB}$ .



$\Omega_g$	$A_g(\text{dB})$	$C_1$	$C_2$	$L_2$	$\Omega_2$	$C_3$	$C_4$	$L_4$	$\Omega_4$	$C_5$	$C_6$	$L_6$	$\Omega_6$	$C_7$	$C_8$	$L_8$
1.260 760	110.5	1.310	0.0526	1.356	3.743 756	1.962	0.3168	1.184	1.560 497	1.640	0.6038	0.9877	1.204 892	1.536	0.5121	1.045
1.260 018	108.3	1.308	0.0532	1.353	3.660 113	1.949	0.3639	1.169	1.533 338	1.612	0.6351	0.9657	1.270 846	1.505	0.5382	1.025
1.252 136	106.1	1.306	0.0578	1.350	3.579 193	1.935	0.3817	1.153	1.507 671	1.583	0.6680	0.9434	1.250 666	1.474	0.5656	1.004
1.236 068	104.0	1.303	0.0606	1.347	3.500 826	1.920	0.4003	1.136	1.482 834	1.554	0.7025	0.9209	1.243 308	1.441	0.5942	0.9837
1.220 775	101.0	1.301	0.0634	1.344	3.424 852	1.905	0.4197	1.119	1.458 975	1.525	0.7388	0.8980	1.227 731	1.409	0.6242	0.9628
1.206 218	99.7	1.298	0.0664	1.341	3.351 122	1.890	0.4399	1.102	1.436 040	1.495	0.7770	0.8748	1.212 897	1.376	0.6556	0.9415
1.192 363	97.7	1.290	0.0695	1.338	3.279 496	1.874	0.4611	1.085	1.413 984	1.464	0.8173	0.8514	1.198 770	1.342	0.6887	0.9198
1.179 178	95.6	1.293	0.0727	1.334	3.209 842	1.858	0.4832	1.067	1.392 761	1.433	0.8599	0.8277	1.185 319	1.308	0.7236	0.8979
1.166 633	93.5	1.290	0.0761	1.331	3.142 034	1.842	0.5064	1.049	1.372 332	1.402	0.9050	0.8037	1.172 513	1.274	0.7603	0.8756
1.154 701	91.5	1.287	0.0796	1.327	3.075 954	1.825	0.5308	1.030	1.352 656	1.370	0.9528	0.7795	1.160 324	1.239	0.7991	0.8530
1.143 354	89.4	1.284	0.0833	1.323	3.011 480	1.807	0.5563	1.011	1.333 700	1.337	1.004	0.7551	1.148 726	1.204	0.8402	0.8300
1.132 570	87.4	1.280	0.0872	1.319	2.948 529	1.790	0.5832	0.9909	1.315 429	1.304	1.058	0.7304	1.137 695	1.169	0.8837	0.8077
1.122 326	85.4	1.277	0.0913	1.315	2.886 971	1.771	0.6116	0.9708	1.297 813	1.271	1.116	0.7055	1.127 208	1.133	0.9300	0.7831
1.112 602	83.4	1.273	0.0955	1.310	2.826 714	1.752	0.6415	0.9 02	1.280 823	1.237	1.178	0.6803	1.117 245	1.096	0.9793	0.7592
1.103 378	81.3	1.269	0.1000	1.305	2.767 660	1.733	0.6732	0.9291	1.264 431	1.202	1.244	0.6540	1.107 786	1.059	1.032	0.7349
1.094 636	79.3	1.265	0.1047	1.301	2.709 713	1.713	0.7068	0.9075	1.248 612	1.167	1.316	0.6294	1.098 813	1.022	1.088	0.7103
1.086 360	77.3	1.261	0.1097	1.295	2.652 779	1.692	0.7425	0.8854	1.233 342	1.132	1.394	0.6036	1.090 309	0.9849	1.149	0.6854
1.078 535	75.3	1.256	0.1150	1.290	2.596 763	1.671	0.7806	0.8627	1.218 600	1.096	1.478	0.5777	1.082 259	0.9470	1.214	0.6602
1.071 145	73.3	1.252	0.1206	1.284	2.541 574	1.649	0.8213	0.8394	1.204 364	1.059	1.570	0.5515	1.074 648	0.9080	1.285	0.6346
1.064 178	71.2	1.247	0.1265	1.278	2.487 114	1.627	0.8650	0.8155	1.190 013	1.022	1.671	0.5252	1.067 402	0.8704	1.362	0.6087
1.057 621	69.2	1.241	0.1320	1.271	2.433 289	1.603	0.9120	0.7910	1.177 336	0.9842	1.782	0.4988	1.060 691	0.8316	1.446	0.5824
1.051 462	67.1	1.235	0.1366	1.264	2.379 097	1.579	0.9620	0.7658	1.164 508	0.9458	1.903	0.4721	1.054 321	0.7924	1.538	0.5558
1.045 602	65.0	1.229	0.1406	1.257	2.327 134	1.554	1.018	0.7390	1.152 117	0.9069	2.043	0.4454	1.048 342	0.7530	1.640	0.5289
1.040 209	62.9	1.223	0.1548	1.249	2.274 589	1.528	1.079	0.7132	1.140 147	0.8674	2.198	0.4185	1.042 744	0.7133	1.754	0.5018
1.035 276	60.8	1.216	0.1633	1.240	2.222 241	1.500	1.145	0.6856	1.128 586	0.8272	2.373	0.3914	1.037 520	0.6733	1.881	0.4739
$\Omega_g$	$A_g(\text{dB})$	$L_1$	$C_2$	$C_3$	$\Omega_2$	$L_3$	$C_4$	$C_5$	$\Omega_4$	$L_5$	$C_6$	$C_7$	$\Omega_6$	$L_7$	$C_8$	$C_9$

$\Omega_0$	$C_9$	$C_{10}$	$L_{10}$	$\Omega_{10}$	$C_{11}$
1.367 227	1.752	0.1984	1.198	2.051 040	1.180
1.340 570	1.730	0.2083	1.188	2.010 050	1.172
1.326 857	1.708	0.2185	1.179	1.970 531	1.164
1.308 019	1.686	0.2292	1.168	1.932 304	1.155
1.290 010	1.663	0.2403	1.158	1.895 562	1.147
1.272 815	1.640	0.2520	1.147	1.859 959	1.137
1.256 369	1.616	0.2641	1.136	1.825 515	1.128
1.240 644	1.592	0.2769	1.125	1.792 167	1.118
1.225 607	1.567	0.2902	1.113	1.759 852	1.108
1.211 229	1.542	0.3042	1.100	1.728 513	1.098
1.197 480	1.518	0.3188	1.088	1.698 007	1.087
1.184 335	1.490	0.3342	1.075	1.668 552	1.076
1.171 707	1.463	0.3505	1.061	1.639 830	1.065
1.159 735	1.438	0.3676	1.047	1.611 855	1.053
1.148 278	1.408	0.3857	1.032	1.584 674	1.040
1.137 315	1.380	0.4040	1.017	1.558 153	1.027
1.126 849	1.351	0.4232	1.002	1.532 284	1.014
1.116 862	1.321	0.4438	0.9854	1.507 028	0.9994
1.107 340	1.291	0.4660	0.9685	1.482 346	0.9846
1.098 268	1.260	0.4940	0.9508	1.458 204	0.9692
1.089 620	1.228	0.5212	0.9323	1.434 564	0.9530
1.081 418	1.196	0.5498	0.9131	1.411 392	0.9359
1.073 617	1.162	0.5808	0.8929	1.388 652	0.9179
1.066 220	1.128	0.6143	0.8717	1.366 309	0.8988
1.059 218	1.093	0.6516	0.8493	1.344 327	0.8788
$\Omega_0$	$L_9$	$L_{10}$	$C_{10}$	$\Omega_{10}$	$L_{11}$



## VI - COMPARAISON DES TYPES DE FILTRES ETUDIES

Les performances des filtres que nous venons d'étudier peuvent s'apprécier en comparant les courbes de réponse en amplitude, en temps de propagation de groupe et en régime transitoire pour un ordre  $n$  donné. Les figures du chapitre suivant permettent cette comparaison pour des filtres d'ordre 5.

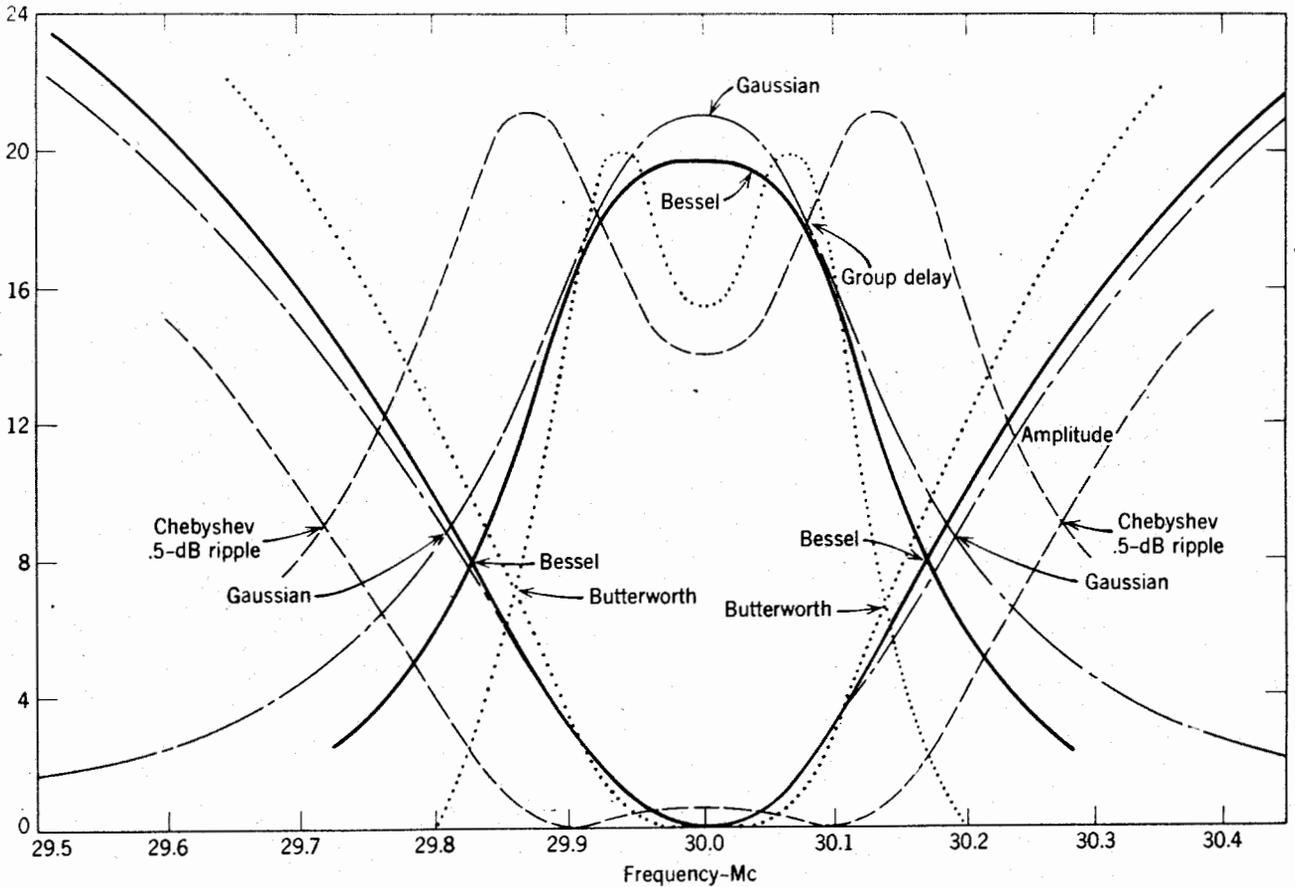
Du point de vue de l'atténuation en fonction de la fréquence, les filtres de Causer sont ceux qui permettent d'obtenir la coupure la plus raide. Par exemple, un filtre d'ordre 4 seulement peut présenter une chute de 60 dB par octave au voisinage de la fréquence de coupure. Par contre, leur réalisation pratique nécessite des composants plus nombreux et de meilleure qualité, comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Les filtres de Causer seront donc utilisés de préférence lorsque la raideur de la coupure du filtre sera grande et lorsque cette performance sera la plus importante.

Du point de vue de la régularité de la courbe amplitude-fréquence, les filtres de Butterworth donnent le meilleur résultat. Etant très simples à calculer et peu sensibles aux variations des éléments qui les constituent, les filtres de Butterworth présentent de plus une réponse transitoire convenable. Par contre, leur coupure est peu franche et la bande de transition n'est pas très abrupte. Ils seront préférés pour les applications ne nécessitant pas une grande précision, pour lesquelles la simplicité de conception et de réalisation est le critère le plus important.

Les filtres de Tchebyscheff sont les filtres polynomiaux qui présentent la coupure la plus franche. Ils seront utilisés de préférence chaque fois que la raideur de la coupure amplitude-fréquence sera le critère le plus important et que l'emploi des filtres de Causer ne sera pas souhaité, par exemple à cause des difficultés à surmonter pour obtenir des zéros de transmission.

Par exemple, un filtre de Tchebyscheff d'ordre 6 et un filtre de Causer d'ordre 4 ont des coupures sensiblement comparables. Cependant, le filtre de Tchebyscheff d'ordre 6 nécessitera l'emploi d'au moins 12 éléments passifs alors que le filtre de Causer d'ordre 4 en nécessitera au moins 14, en raison de la complexité accrue par l'introduction de zéros de transmission qui ne peuvent être obtenus qu'à l'aide de circuits en double T.

Les courbes suivantes représentent les variations d'amplitude et de temps de propagation de groupe des principaux filtres polynomiaux d'ordre 2, transposés en passe bande autour de  $F_0 = 30$  MHz (Bessel, Gauss, Butterworth, Chebyshev<sup>ff</sup> 0,5 dB).



Amplitude and group-delay response of — Bessel, - - - Gaussian, - - - - Chebyshev-.5-dB ripple, ..... Butterworth.

### 3<sup>ème</sup> Partie : REALISATION PRATIQUE DES FILTRES

#### I - DETERMINATION DE L'ORDRE D'UN FILTRE A PARTIR DU GABARIT

Lorsque le gabarit d'un filtre que l'on désire réaliser est connu et lorsque le choix du type de filtre a été fait, le problème qui reste à résoudre est celui de la détermination de l'ordre  $n$  du filtre, c'est à dire de sa fonction de transfert.

Supposons par exemple que le gabarit imposé soit défini par les valeurs  $A_{\max} = 1$  dB,  $A_{\min} = 40$  dB  $F = 5$ , en se référant aux abaques données dans la deuxième partie du cours (pages 25, 35, 50), on voit que seuls les filtres d'ordre  $> 4$  satisfont le gabarit imposé.

On remarque également que l'atténuation  $A_{\min}$  des filtres d'ordre  $n = 4$  est de 50 dB pour le Cauer et 45 dB pour le Tchebyscheff au lieu des 40 dB imposés par le gabarit.

Cette remarque est tout à fait générale car il n'existe jamais de filtre répondant exactement à un gabarit imposé. Ceci résulte du fait que  $n$  est un nombre entier puisque c'est le degré de la fonction de transfert. On est donc amené en pratique à rechercher la plus faible valeur de  $n$  telle que la courbe de réponse amplitude - fréquence soit à l'intérieur du gabarit.

#### II - EXEMPLE COMPARATIF DE 3 FILTRES PASSE-BAS

Pour les différentes raisons données plus haut, nous allons non pas déterminer quels filtres répondent à un gabarit imposé, mais comparer les gabarits obtenus à partir de filtres de même ordre.

Nous étudierons les filtres d'ordre 5 en Butterworth, Tchebyscheff et Cauer ; pour ces deux derniers, on admettra une ondulation en bande de 0,5 dB.

1/ Coefficients

Les tables pages 28, 39 et 56 nous indiquent, pour les filtres donnés, les coefficients suivants :

Butterworth	0,618	1,618	2	1,618	0,618	produit = 2
Tchebyscheff	1,7	1,23	2,54	1,23	1,7	produit = 11,18
Cauer	1,603	C 0,108 L 1,143	2,25	C 0,291 L 0,995	1,449	

Nous allons maintenant comparer point par point les caractéristiques de ces trois filtres.

2/ Asymptotes

- L'asymptote du Butterworth passera à la fréquence de coupure à 0 dB et décroîtra de 30 dB par octave puisque  $n = 5$ .
- L'asymptote du Tchebyscheff aura la même pente que celle du Butterworth (30 dB/oct.) mais 15 dB plus bas puisque  $20 \log \frac{11,8}{2} = 15$  dB.
- On ne peut pas considérer d'asymptote dans le cas du Cauer car sa courbe ne décroît pas constamment en dehors de la bande passante, mais elle est comprise dans un gabarit qui impose une atténuation max en bande de 0,5 dB et une atténuation min hors bande de 60 dB à partir de  $F = 1,782$  (valeurs données par la table, page 57).

3/ Courbes

Dans la bande passante les filtres de Tchebyscheff et de Cauer ondulent de 0,5 dB max et présentent encore 0,5 dB d'affaiblissement à  $F_0$ . La courbe Butterworth passe par - 3 dB à  $F_0$  et tend vers l'asymptote hors bande par valeurs inférieures, alors que le Tchebyscheff tend vers l'asymptote par valeurs supérieures. La courbe du Cauer passera par le point - 60 dB à  $F = 1,782$  et descendra jusqu'à  $F = 1,86$ , fréquence de la première absorption, la seconde étant à  $F = 2,85$ .

#### 4/ Avantages et inconvénients

a) Le Butterworth ne présente aucune ondulation en bande passante puisque sa transmission décroît toujours mais atténuée de 3 dB à  $F_0$ , et son atténuation hors bande est la plus faible des trois filtres.

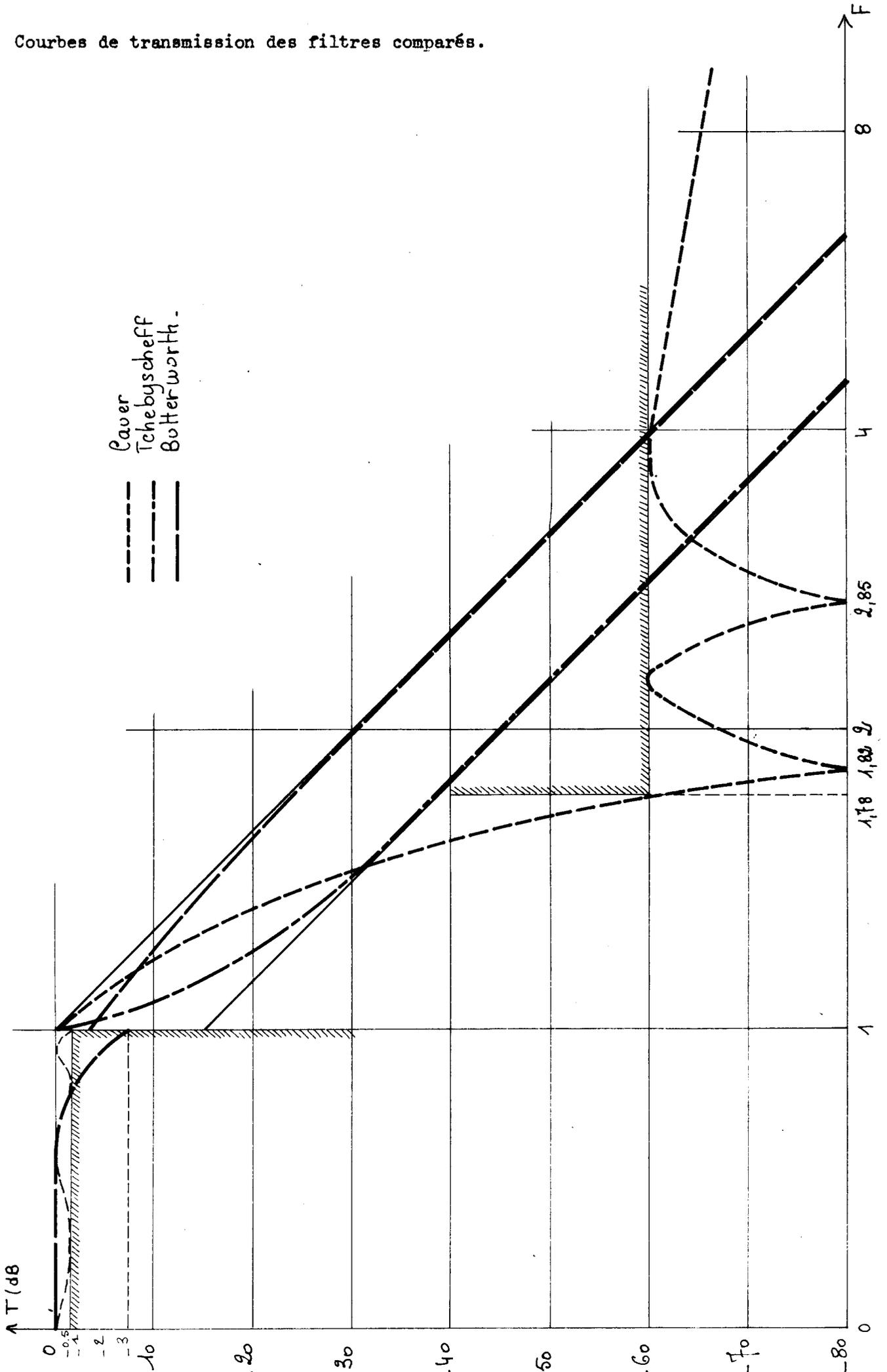
b) Le Tchebyscheff et le Cauer ne présentent que 0,5 dB d'atténuation à  $F_0$  au lieu de 3 pour le Butterworth.

c) Le Cauer est très avantageux si l'on veut rejeter des fréquences particulières proches de la fréquence de coupure avec un nombre d'éléments peu important. Par exemple, pour la même ondulation en bande passante que le Tchebyscheff on a 20 dB d'atténuation de plus à  $0,782 F$  au-delà de  $F_0$  et l'atténuation est toujours inférieure à cette valeur, mais au-delà de  $F = 3$  le Tchebyscheff continue à décroître de 30 dB/octave alors que le Cauer ne diminue que de 6 dB/octave.

d) Sur le plan de la réalisation pratique, il faut remarquer que les coefficients du Tchebyscheff sont près de trois fois plus grands aux extrémités que dans le cas du Butterworth. Si le filtre est utilisé à des fréquences élevées, les condensateurs d'extrémités seront de valeurs d'autant plus faibles et les capacités parasites auront beaucoup plus d'influence sur le montage, ce qui présente un désavantage pour le Butterworth. On vérifie la phénomène non seulement pour des fréquences élevées mais aussi lorsque le nombre de pôles augmente puisqu'il y a diminution des valeurs de coefficients.

e) Le filtre de Cauer présente la même valeur d'impédance aux deux extrémités et des valeurs différentes de condensateur. On constate sur le tableau des filtres elliptiques que plus l'atténuation hors bande (niveau maximum des remontées) est grande, moins la coupure asymptotique est brutale, les condensateurs d'accord tendent vers 0 et on constate alors que les coefficients de l'elliptique tendent vers les coefficients du Tchebyscheff. Autrement dit, plus les remontées hors bande sont importantes, plus les coefficients d'extrémités du Cauer tendent vers les coefficients d'extrémités du Tchebyscheff.

Courbes de transmission des filtres comparés.



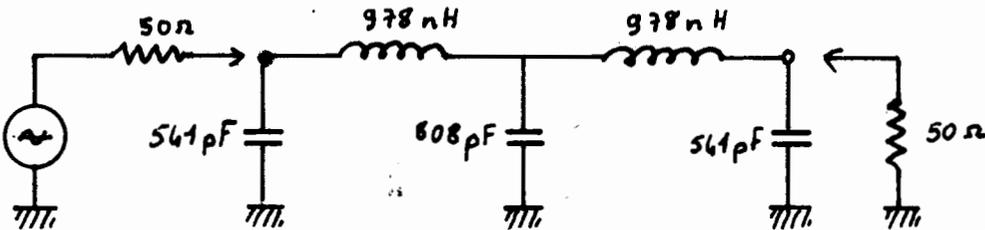
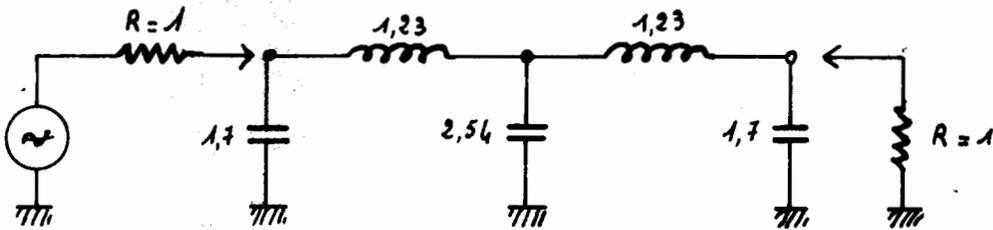
## 5/ Valeur des éléments

On ne montre ici qu'un exemple de calcul des éléments d'un filtre puisqu'en fait le problème essentiel est de déterminer les coefficients et l'impédance caractéristique. Puisque l'impédance d'un condensateur est  $Z_C = \frac{1}{C\omega}$  et l'impédance d'une self  $Z_L = L\omega$ , connaissant la fréquence, on applique à ces expressions les coefficients et les impédances déterminées :

$$\text{d'où } C = \frac{K}{R\omega_0}, \quad L = \frac{RK}{\omega_0}$$

où  $K$  est le coefficient et  $R$  l'impédance caractéristique du filtre.

Par exemple, pour un Tchebyscheff d'ordre 5 avec  $R = 50 \Omega$  et  $F_0 = 1 \text{ MHz}$ , les valeurs obtenues seront les suivantes :



### III - TRANSPOSITION DES FILTRES L.C.

#### 1/ Rappels sur la transposition de fréquence

Nous avons étudié au paragraphe III-2 de la première partie (transposition de fréquence) comment évoluait l'impédance d'une self en fonction de la fréquence, en remarquant que son impédance était nulle pour  $\omega = 0$  et augmentait en même temps que  $\omega$ . La courbe de variation d'impédance obtenue s'annule pour une fréquence particulière  $\omega_0$  et augmente de part et d'autre de  $\omega_0$  lorsqu'on associe à cette self L un condensateur C en série ; tout en respectant les égalités :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\omega_2 - \omega_1 = \omega}$$

Le condensateur présentant une impédance infinie pour  $\omega = 0$ , on obtient une courbe inverse du cas précédent en lui associant une self en parallèle. La courbe présente alors un maximum d'impédance pour une fréquence particulière  $\omega_0$  et une décroissance de part et d'autre de  $\omega_0$ .

L'association de ces circuits LC série et parallèle a donc permis d'obtenir une courbe de transmission composite telle que pour chaque valeur de transmission du prototype passe-bas correspondent les mêmes valeurs de transmission dans le filtre ainsi transposé.

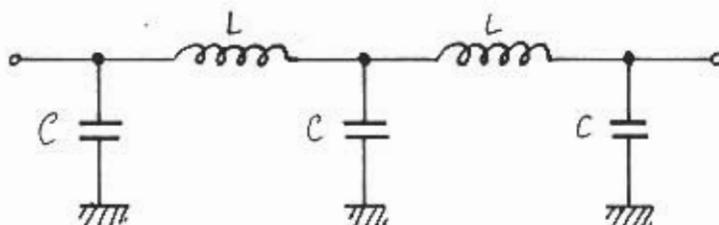
Suivant l'importance de la bande passante du filtre ainsi que des fréquences à transmettre les selfs et condensateurs prendront des valeurs plus ou moins importantes et deviendront même quelquefois négligeables. Ainsi, on peut classer les filtres passe-bande en 3 catégories :

- Bande large si :  $\omega_2 - \omega_1 > 25 \% \omega_0$
- Bande moyenne si :  $10 \% \omega_0 < \omega_2 - \omega_1 < 25 \% \omega_0$
- Bande étroite si :  $\omega_2 - \omega_1 < 10 \% \omega_0$

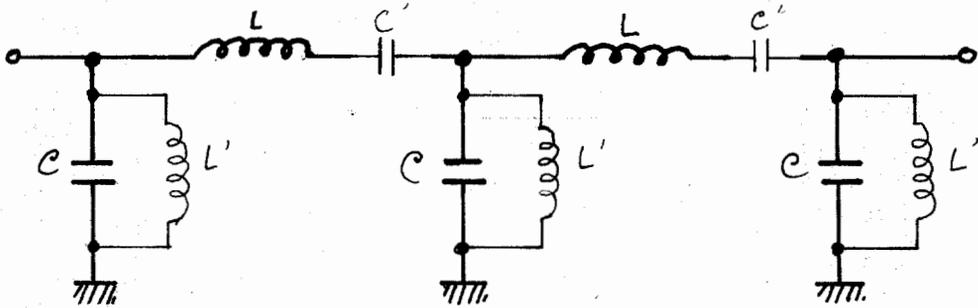
#### 2/ Transposition des filtres en fonction de la bande

##### a) Transposition en bande large

- Le filtre prototype sera un passe bas dont la fréquence de coupure est  $\omega_0$ .



- Ce filtre sera transformé de la façon suivante pour obtenir un filtre passe bande dont les éléments communs sont en traits gras.



Pour les bandes larges en transposition directe, les fréquences de résonance de chaque cellule sont toutes égales à  $\sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  étant les pulsations de coupures des deux extrémités de la bande passante du filtre.

La détermination des valeurs se fait par le calcul suivant :

$$LC = \frac{K}{\omega_0^2} \quad \text{avec } \omega_0^2 = \omega_2 \omega_1.$$

On démontre des relations simples permettant de calculer avec une précision assez grande les  $C'$  et  $L'$  si l'on a  $F$  en MHz,  $C$  en pF et  $L$  en  $\mu\text{H}$ :

$$C' = \frac{25330}{LF_1 F_2} \quad \text{et} \quad L' = \frac{25330}{CF_1 F_2}.$$

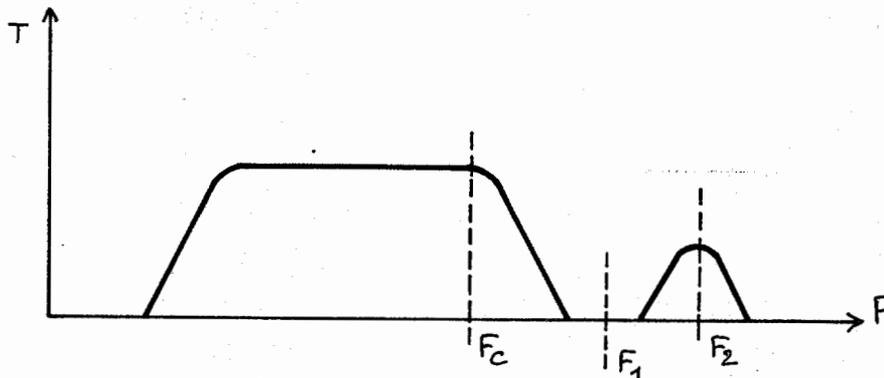
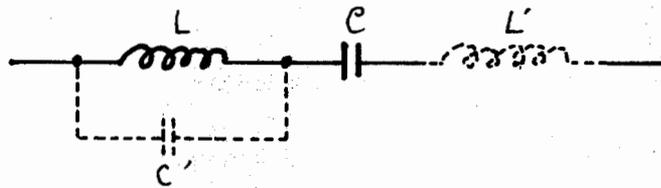
Par exemple, si les fréquences extrêmes d'un filtre sont 4 et 6 MHz, avec un condensateur parallèle de 120 pF, on obtient :

$$L' = \frac{25330}{120 \cdot 4 \cdot 6} = 8,79 \mu\text{H}$$

par le calcul direct.

Ce calcul devient incorrect lorsque la bande relative diminue. Par exemple, si dans le cas du 4 à 6 MHz le résultat était correct, il ne l'est plus dans le cas d'un 8 à 10 MHz car on s'aperçoit que l'on arrive à des valeurs de condensateurs série particulièrement faibles, ce qui entraîne des valeurs de selfs séries élevées pour lesquelles les coefficients de surtension sont en général faibles et les capacités parasites non négligeables devant les capacités d'accord.

Pour obtenir l'accord, on doit compenser l'effet de la capacité parasite en diminuant le nombre de spires de la self. Dans ce cas, il y aura impossibilité de réglage du filtre car, à la limite, le système présentera un pôle et un zéro de transmission proche de la fréquence de coupure.



$$F_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{Lc}}$$

$$F_2 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L'c}}$$

Cette méthode de transposition n'est valable qu'en large bande en Butterworth et Tchebyscheff car en elliptique il y a une grande quantité de transformations de pôles à faire, ce qui entraîne des structures totalement différentes (structures en zig-zag).

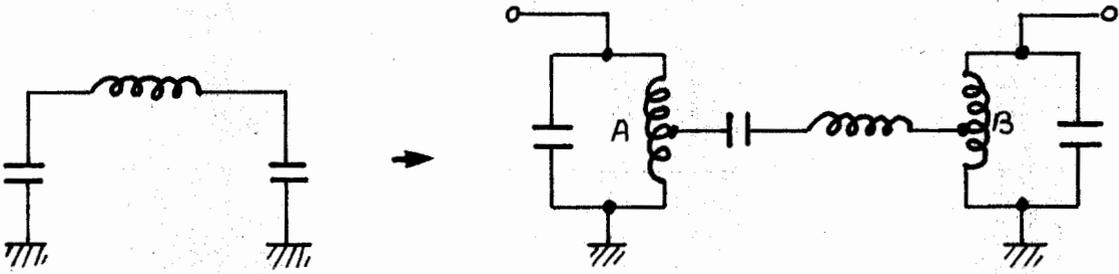
#### b) Transposition en bande moyenne

Pour réduire la bande passante d'un filtre transposé, il est nécessaire de réduire d'autant la bande passante du prototype passe bas, ce qui implique une variation des valeurs de selfs et de condensateurs pour garder la même impédance aux fréquences de coupures.

Si la réduction de bande est trop importante, les valeurs de selfs et de condensateurs alors obtenues présenteront les mêmes inconvénients que dans le cas de la transposition en bande large (valeurs de selfs trop faibles et valeurs de condensateurs trop élevées).

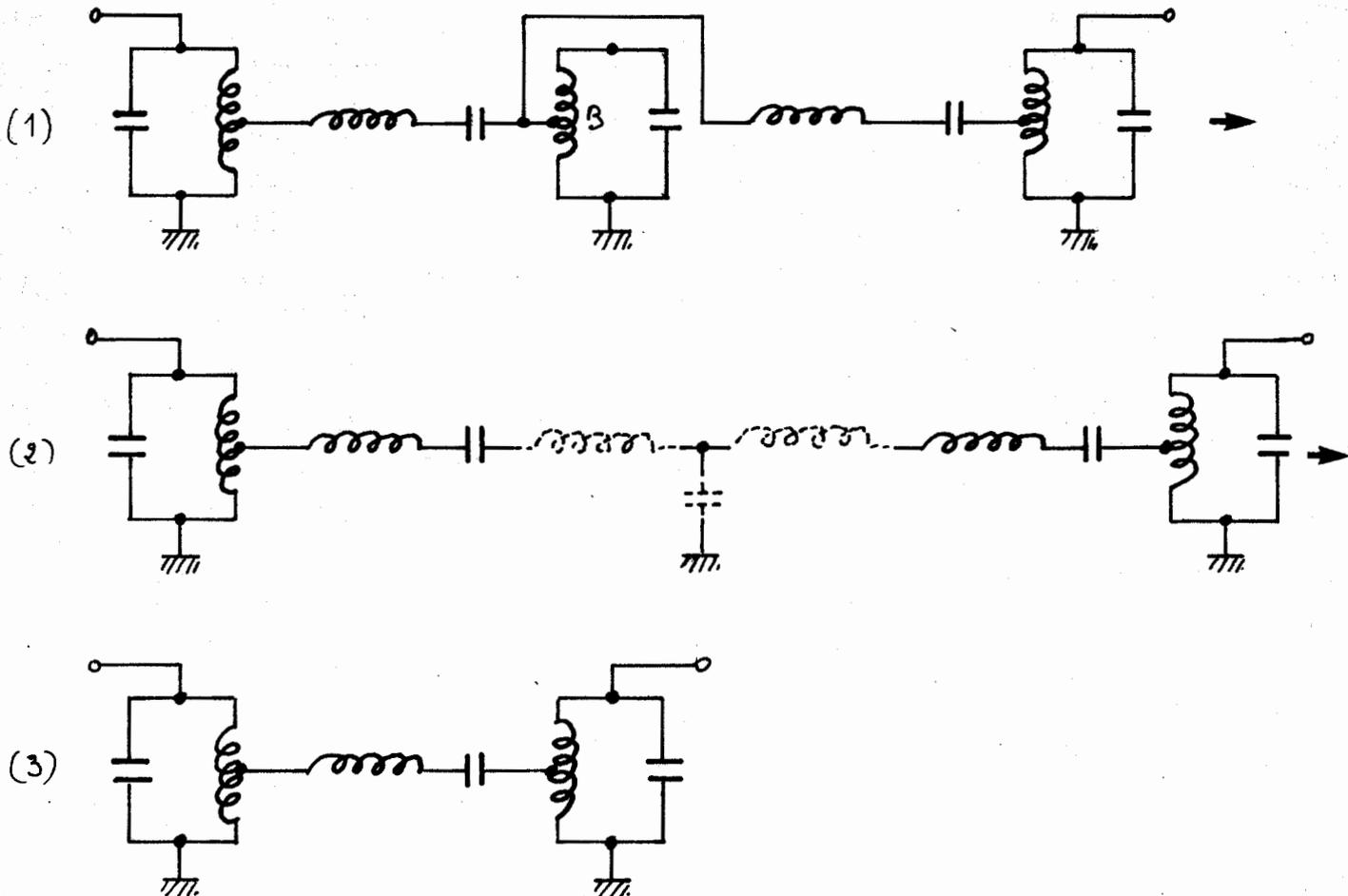
Pour conserver une bonne proportion entre les valeurs de selfs et de condensateurs, on est amené à modifier l'impédance caractéristique du filtre. Par exemple, dans le

cas d'un trois pôles, on pourra utiliser la structure suivante :

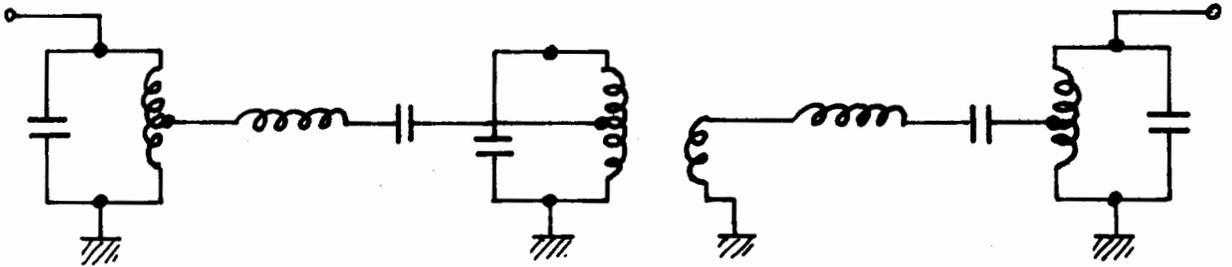


Il est possible de calculer les points d'attache A et B du pôle central sur les selfs d'extrémités afin d'obtenir la même valeur pour les trois condensateurs.

Si l'on doit réaliser un filtre à cinq pôles, on ne peut plus utiliser le point B pour ajouter les deux derniers pôles. En effet, en ce point (1) il y a un diviseur selfique, mais sur lequel s'ajoute une impédance parasite formée par la self de fuite des deux enroulements qui ne sont pas parfaitement couplés (2). Le fait que cette self de fuite s'ajoute aux selfs séries n'est pas gênant, mais minimise la coupure hors bande. En effet c'est sur cette self de fuite qu'est connecté le second couplage, ce qui fait que l'affaiblissement H.F. produit par le pôle central va disparaître, le filtre prenant alors la structure d'un trois pôles (3), présentera un affaiblissement asymptotique hors bande plus faible.



Pour réaliser la transposition de ce genre de filtre, il sera nécessaire de réaliser un couplage inductif sur la self du 3<sup>e</sup> pôle pour introduire les 4<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> pôles.



### c) Transposition en bande étroite

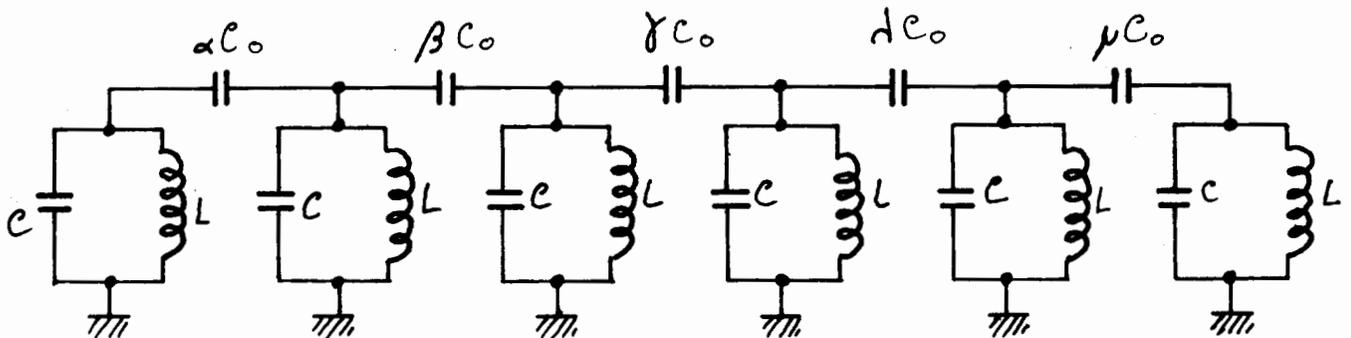
Les structures de filtres transposés précédentes ne sont plus utilisables lorsque la bande devient trop étroite. Lorsque la bande sera inférieure à 10 % de la moyenne géométrique, on utilisera les filtres à couplage capacitifs (voir paragraphe suivant).

## 3/ Couplage des filtres transposés

### a) Couplage capacitif en tête (bande étroite)

Dans ce cas, la méthode permettant le calcul des coefficients de couplage est obtenue à partir de conclusions pratiques. Dans de tels filtres on utilise des cellules passe-bandes reliées par couplages capacitifs. Les circuits oscillants LC sont accordés indépendamment les uns des autres sur la fréquence de coupure haute. Les selfs et les condensateurs seront donc respectivement égaux.

Si l'on veut réaliser un filtre ayant 0,5 dB environ d'ondulation dans la bande, les valeurs à donner sont les suivantes :



Exemple : courbe Tcheby 0,5 dB

On remarque dans les filtres Tchebyscheff que, quel que soit le nombre de pôles, le coefficient d'extrémité est toujours de l'ordre de 1,7.

On se fixe alors à priori le condensateur C tel que  $RC (f_2 - f_1) 2\pi = 1,7$ , et on calcule les selfs L pour former l'accord sur la fréquence de coupure haute.

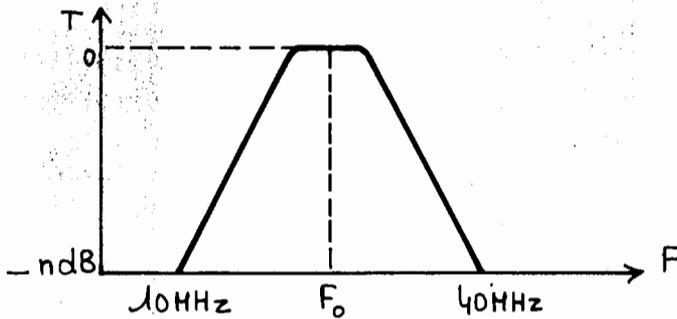
On optimise alors les valeurs de  $C_0$  à partir de la valeur de C avec  $C_0 = C \cdot \frac{f_2 - f_1}{F_0}$  en appliquant les coefficients  $\alpha = 1,2$ ,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\mu = 1,2$ .

On utilisera les valeurs de condensateur immédiatement supérieures de la série utilisée (E12) si la bande est trop étroite.

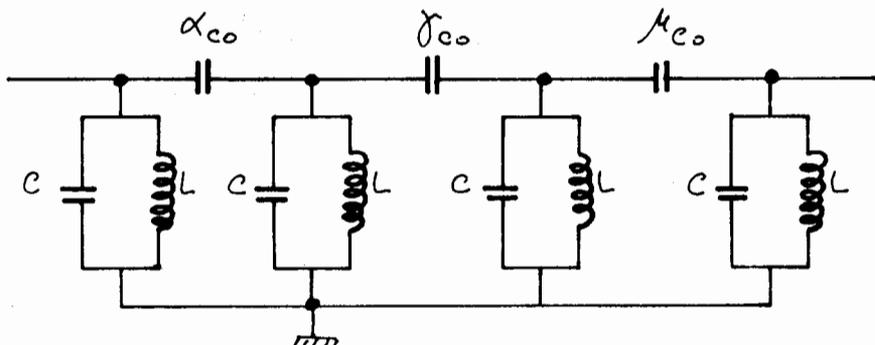
Réjection des filtres à couplage capacitif en tête

Si l'on considère un filtre de largeur de bande 1 MHz à  $F_0 = 20$  MHz dont on veut calculer la réjection à 20 MHz de  $F_0$ , soit à 40 MHz, toutes les cellules LC vont avoir une bande égale à  $\frac{1}{1,7} = 0,6$  MHz ( $\frac{\text{Bande totale}}{\text{Coeff. Tcheby}}$ ).

Par rapport à 40 MHz, en progression géométrique, on a le symétrique de  $F_0$  (20 MHz) à 10 MHz. La bande rejetée, à la réjection mesurée, est donc de 30 MHz.



La bande passante de chaque cellule étant de 0,6 MHz, la réjection apportée par chaque cellule sera comme le rapport entre la bande totale rejetée et la bande passante de chaque cellule, soit  $\frac{30}{0,6} = 50$ . Chaque circuit LC présentera une atténuation de 34 dB aux fréquences à rejeter.



$$\alpha = 1,2$$

$$\gamma = 1$$

$$\mu = 1,2$$

$$c = \frac{1,7}{2\pi R (F_2 - F_1)}$$

$$c_0 = c \cdot \frac{F_2 - F_1}{F_0}$$

L'atténuation totale sera alors :

$$A = (n \cdot 3,4 \text{ dB}) - ((n-1) \cdot 6 \text{ dB} + 3 \text{ dB})$$

avec :  $(n \cdot 3,4 \text{ dB}) =$  atténuation des LC parallèles.

$((n-1) \cdot 6 \text{ dB} + 3 \text{ dB}) =$  transmission des condensateurs séries de liaison.

où :  $(n-1)6\text{dB} =$  transmission des condensateurs de liaison coefficient 1.

$3 \text{ dB} =$  transmission supplémentaire apportée par les condensateurs

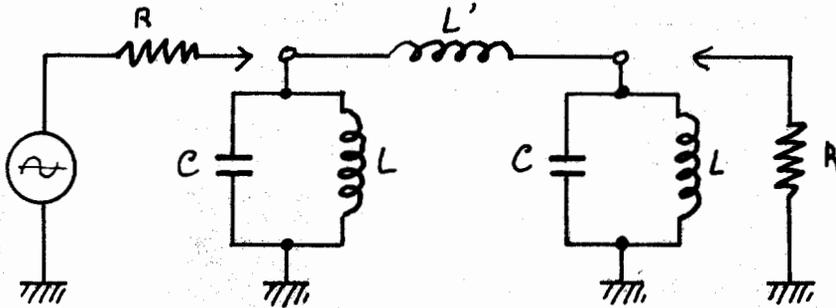
d'extrémités de coefficient 1,2 ( $\alpha_{co}$  et  $k_{co}$ ) dont le produit donne 1,44  
soit environ 3 dB ( $20 \log 1,44 = 3,16$ ).

Dans l'exemple de la page précédente,  $n = 4$  :

$$A = (4 \cdot 3,4 \text{ dB}) - ((3 \cdot 6 \text{ dB}) + 3 \text{ dB}) = 11,5 \text{ dB}.$$

### b) Couplage selfique en tête

Ces filtres sont utilisés en bandes larges ou moyennes comme "sinusoïdalisateurs" de signaux triangulaires ou carrés. Leur fonction principale est donc celle du passe-bas. Ils sont formés de deux circuits parallèles identiques transposés du passe-bas. Le couplage est réalisé par une self.



Ils sont utilisables pour des bandes passantes comprises entre 10 et 30 % de la fréquence centrale. Ils ont l'avantage pratique de ne pas nécessiter d'accord du pôle série, la self  $L'$  peut donc être fixe, composant moins coûteux qu'un élément ajustable.

Le calcul se fait de la manière suivante :

- On calcule C de telle sorte que  $RC = 0,8 (\omega_2 - \omega_1)$  ;
- On accorde L avec C sur la fréquence de coupure basse du filtre basse bande.

Au-delà de cette fréquence, les circuits seront capacitifs et vont former avec  $L'$  une résonance qui sera supérieure à la première fréquence. On calculera alors :

$$L' = 0,8 R \cdot \frac{2}{\omega_1 + \omega_2}$$

## CONCLUSION

Les circuits oscillants des filtres à couplage selfique doivent s'accorder sur la fréquence de coupure basse de la bande passante. A l'inverse, les circuits oscillants des filtres à couplage capacitif doivent s'accorder sur la fréquence haute de la bande passante. Les circuits parallèles d'extrémités présentent deux avantages ; d'une part, les condensateurs parallèles permettent de maîtriser facilement les éléments parasites, d'autre part, les selfs parallèles permettent par couplage inductif (transformateur) des adaptations d'impédances sur la source ou la charge du filtre.

#### IV - ADAPTATION DES FILTRES

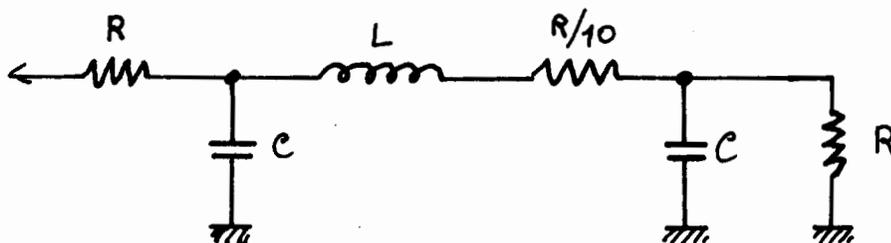
##### 1/ Pertes d'insertions

Les pertes d'insertions dans les filtres sont dues au fait que les éléments utilisés ne sont jamais purement réactifs mais comportent une composante résistive qui crée une désadaptation d'impédance du filtre.

##### a) Filtres passe-bas

Considérons un filtre passe-bas à trois pôles, dans lequel les condensateurs sont purement réactifs et une self ayant un coefficient de qualité de 10. Ceci veut dire qu'à la fréquence de coupure, la self aura en série une résistance dont la valeur sera 1/10 de l'impédance de la self à cette fréquence ( $Q = \frac{L\omega}{R}$ ).

Cette résistance aura une influence sur le déphasage, par contre l'action sur l'amplitude sera faible. Plus précisément, la perte d'insertion sera dans le rapport  $R/10$  avec  $2R$  (résistances d'adaptation du filtre) soit 1/20.

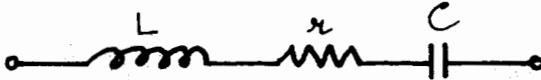


On peut donc admettre que dans le cas du passe-bas, des éléments réactifs dont le coefficient de qualité est de l'ordre de 10 à 20 sont suffisants et n'entraînent pas de pertes d'insertions très importantes.

##### b) Filtre passe-bande

Le facteur de dissipation calculé pour un filtre passe-bas change de valeur lorsqu'on effectue une transposition. Dans ce cas, il faut le ramener à la fréquence de coupure  $F_c$  du passe-bas.

Considérons une partie du filtre où l'on a un circuit série L.C. comprenant la résistance parasite  $r$ .



On a vu dans le prototype passe-bas que le coefficient de qualité de la self avait peu d'influence sur les pertes d'insertions s'il est supérieur à 10. Lorsqu'on effectue la transposition en passe-bande par adjonction d'un condensateur en série, on remarque que l'influence de la résistance parasite  $r$  est identique dans les deux cas (passe-bas/passe-bande). Ceci parce que l'impédance  $Z$  du prototype passe-bas à la fréquence de coupure est identique à celles des deux fréquences de coupure du filtre transposé. La résistance  $r$  s'ajoute donc de la même façon dans les deux cas à l'impédance  $Z$ . Par contre, si dans le premier cas (passe-bas) le facteur de dissipation du filtre est  $Q_{\omega_c} = \frac{\omega_c L}{r}$  (où  $\omega_c$  est la pulsation de coupure) ; dans le second cas on doit considérer la pulsation centrale  $\omega_0$  puisque c'est sur cette valeur qu'a été effectuée la transposition de la self en LC série.

C'est pourquoi dans le filtre passe-bande on calcule un nouveau facteur de dissipation :

$$Q' = Q_{\omega_c} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_0}$$

Exemple :

Soit à transposer un filtre passe-bas de fréquence de coupure 1 MHz en filtre passe-bande avec  $F_0 = 10$  MHz.

Le passe-bas comporte une self dont le coefficient de qualité à 1 MHz est de 50

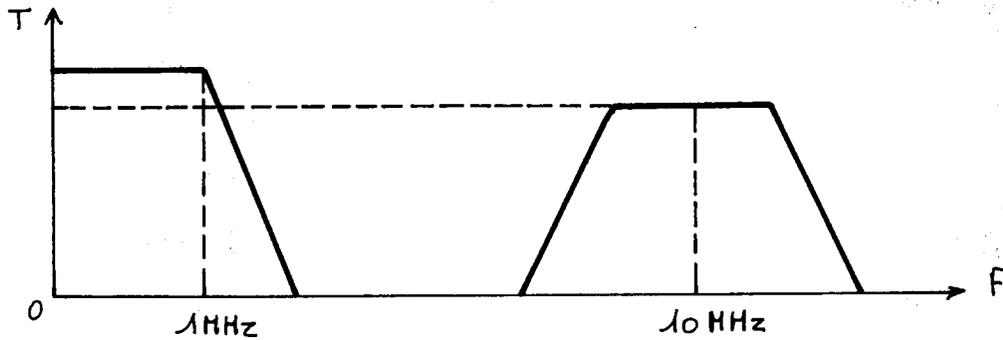
$$(Q_{\omega_c} = \frac{L \omega_c}{r} = 50).$$

Puisque seul le coefficient de qualité de la self est prépondérant, le facteur de dissipation du passe-bas sera égal à 50.

Après transposition, on obtiendra le facteur de dissipation du passe-bande en faisant :

$$Q'_{\omega_0} = Q_{\omega_c} \frac{\omega_c}{\omega_0} = 50 \cdot \frac{1}{10} = 5.$$

On constate donc que le facteur de dissipation d'un circuit transposé est proportionnel à sa bande relative  $\frac{\omega_c}{\omega_0}$  (la bande passante en valeur absolue reste constante lors de la transposition).



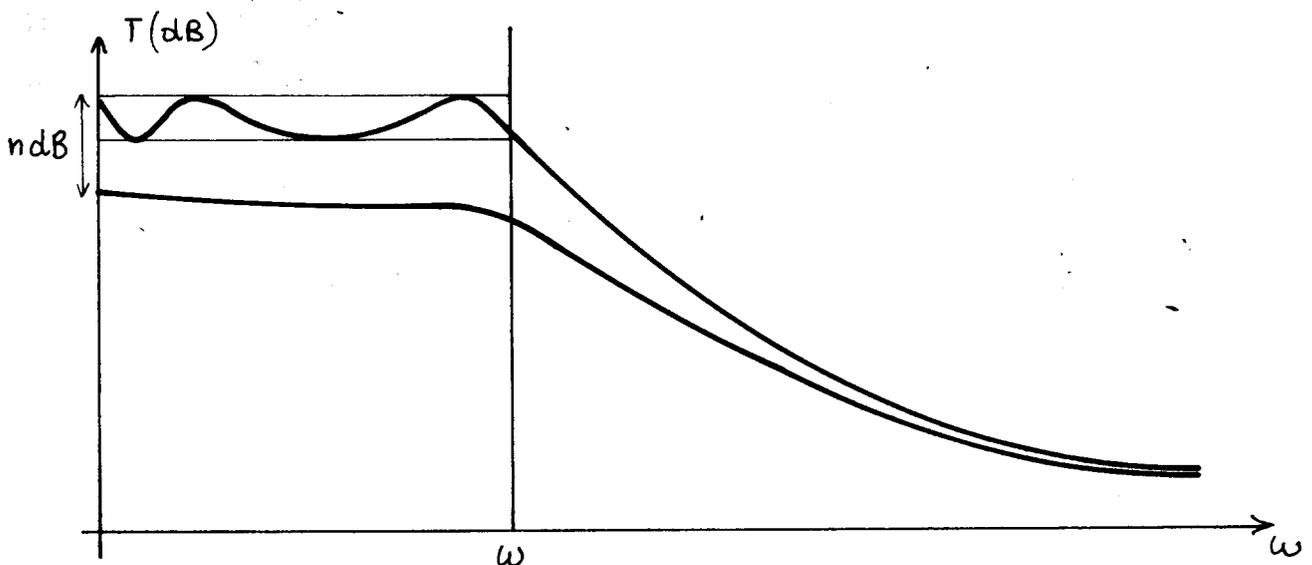
### c) Conséquences de l'affaiblissement de la transmission d'un filtre

L'affaiblissement de la transmission d'un filtre joue un rôle important :

Si le filtre passe-bas a une courbe de transmission déterminée en bande et hors bande, l'allure générale de cette courbe serait bien différente après transposition du filtre.

La partie asymptotique hors bande passante ne va pas subir l'influence des pertes du filtre puisque ces pertes dépendent presque uniquement du coefficient de qualité des selfs ; or, comme celles-ci présentent des impédances croissantes avec la fréquence, le fait d'ajouter en série une petite résistance  $r$  ne fera pas diminuer la transmission hors bande passante.

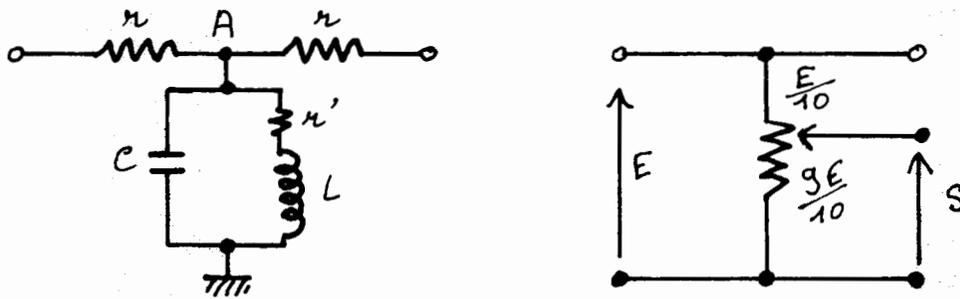
En bande passante par contre, comme on l'a vu précédemment, on aura une perte d'insertion qui se traduira par un nivellement des ondulations et une chute moyenne en bande. Ainsi, si l'on a un filtre dont les pertes d'insertion sont de  $n$  dB en bande, le rapport de réjection diminuera également de  $n$  dB.



On voit donc l'intérêt de tenir compte des pertes d'insertion dans le choix du nombre de pôles lors du calcul d'un filtre.

d) Optimisation des pertes d'insertion des filtres à n pôles

Considérons une cellule de filtrage simple du type suivant :



Le circuit LC a un coefficient de qualité  $Q' = Q \frac{\omega C}{\omega_0}$  qui correspond à une certaine valeur de résistance  $r'$ , ce circuit vient shunter le point A qui voit une impédance  $r/2$ .

Si  $Q' = 5$ , le circuit LC va présenter une impédance à la masse 5 fois plus grande que  $r$ , soit 10 fois  $r/2$ , on aura donc une perte d'insertion approximative de 1 dB vu du point A ( $-20 \log \frac{9}{10}$ ).

Il existe une règle permettant de déterminer approximativement la valeur des pertes dans un filtre :

$Q'$  étant le facteur de dissipation, on prend  $\frac{1}{2Q'}$  pour exprimer les pertes, soit  $V_e - V_s = \frac{1}{2Q'}$ , si  $V_e = 1$ ,  $V_s = 1 - \frac{1}{2Q'}$ , l'atténuation apportée sera en dB

$20 \log \frac{V_s}{V_e} = 20 \log \frac{1 - \frac{1}{2Q'}}{1}$ . Il suffit de multiplier cette atténuation par le nombre de pôles du filtre pour obtenir l'atténuation totale.

Exemple : Soit un filtre Butterworth 5 pôles, de bande passante 10 MHz centrée sur 100 MHz dont le facteur de dissipation de chaque cellule du prototype passe-bas est  $Q = 50$ . Après transposition, chaque cellule présente un facteur de dissipation :

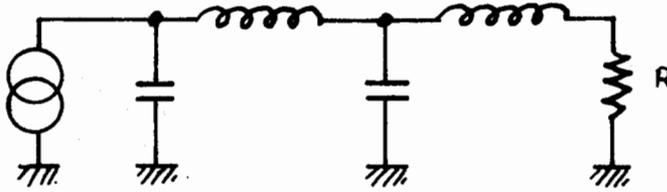
$Q' = Q \frac{\omega C}{\omega_0} = 50 \cdot \frac{10}{100} = 5$  d'où  $2Q' = 10$ . La perte d'insertion par cellule sera donc par rapport à  $V_e = 1$  :  $-n \text{ dB} = 20 \log \frac{2Q' - 1}{2Q'} = 20 \log 1 - \frac{1}{10} = 1 \text{ dB}$ , soit  $\approx 5 \text{ dB}$  pour

la totalité du filtre (5 pôles). Les tables donnent 5,59 dB.

## 2/ Adaptation des filtres à charge simple

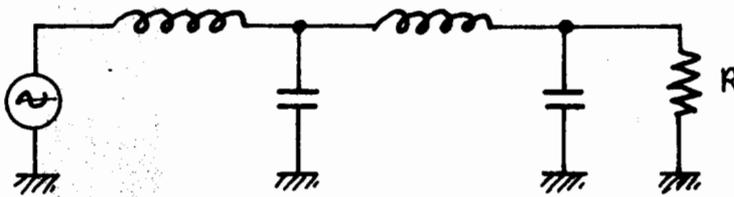
Très peu utilisés, ce sont des filtres dont l'impédance d'une extrémité est soit nulle, soit infinie ; il y a donc deux modes d'alimentation du filtre.

### a) Alimentation en courant



Il faut remarquer que l'on attaque directement sur un condensateur parallèle, car une self série n'aurait aucune influence dans le circuit.

### b) Alimentation en tension



On attaque le filtre par l'intermédiaire d'une self en série, car un condensateur parallèle suivrait la tension du générateur sans influence sur le reste du circuit.

On peut remarquer dans les tables que les coefficients sont les mêmes dans les deux cas. L'alimentation en courant est cependant plus utilisée, on l'adapte fréquemment sur un collecteur de transistor - sortie de mélangeur, etc. (capacités parasites incluses).

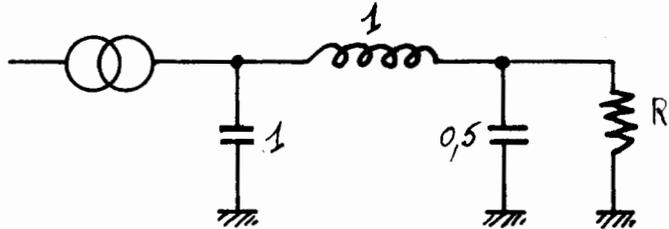
Ces filtres n'ont pas de valeurs de composants symétriques. Le nombre de valeurs différentes est beaucoup plus important. Exemple :

- 3 pôles → 3 valeurs différentes au lieu de 2 pour un symétrique
- 5 pôles → 5 valeurs différentes au lieu de 3 pour un symétrique
- 7 pôles → 7 valeurs différentes au lieu de 4 pour un symétrique
- 9 pôles → 9 valeurs différentes au lieu de 5 pour un symétrique
- etc.

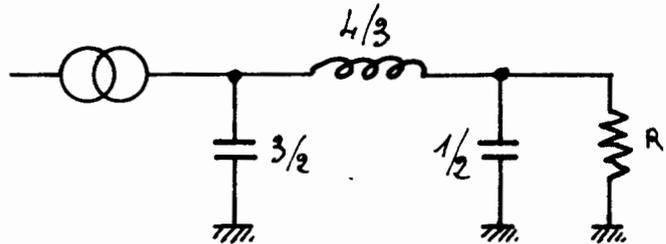
Ces filtres sont difficilement utilisables car les valeurs des éléments étant toutes différentes, réglage et mise au point sont difficiles. En outre, la source n'est jamais infinie ou nulle par rapport à la charge, ce qui constitue une erreur dans la fonction de transfert.

On peut malgré tout les utiliser dans les deux cas suivants :

Tchebyscheff 0,2 dB



Butterworth 3 dB



## V - STRUCTURE DES FILTRES DANS LES CIRCUITS ELECTRONIQUES

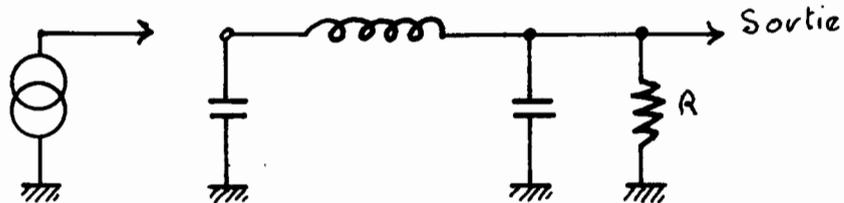
### 1/ PASSE-BAS

La source des filtres passe-bas est généralement constituée par un collecteur de transistor ou un modulateur (ML1 - SRA1...) dont l'impédance de sortie  $Z$  est déterminée.

Le transistor constituant un générateur de courant, on pourra utiliser deux structures de filtre :

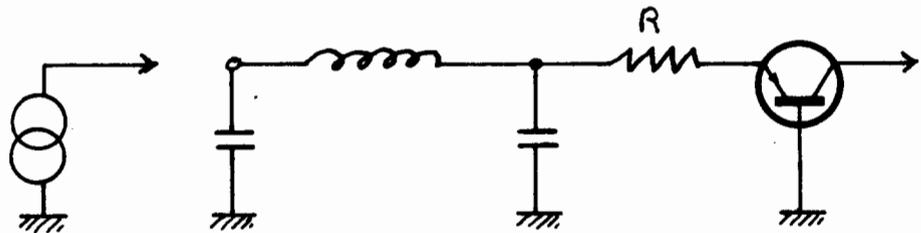
#### 1. Filtres dissymétriques.

1-1. Sortie du filtre en tension :



Dans ce cas, on recueille la tension de sortie aux bornes de la résistance de charge du filtre.

1-2. Sortie du filtre en courant :



La résistance de charge lie la sortie du filtre à l'émetteur d'un transistor qu'elle attaque en courant.

Dans les deux cas, le filtre a les mêmes coefficients et le courant est constant. Dans (1-1) la tension de sortie dépend de la résistance  $R$  (impédance caractéristique du filtre).

Dans le second cas (1-2), le courant étant constant, on est maître du choix de la valeur de  $R$ . Cette liberté de choix permet une plus grande latitude pour le calcul des éléments du filtre (valeurs, tolérances, précision, etc.). Mais il faut que  $R$  soit grand devant l'impédance d'entrée du transistor en base commune ( $R > 10 \frac{1}{3}$ ).

## 2. Filtres symétriques.

Plusieurs cas peuvent se poser pour la source des filtres symétriques :

soit l'impédance de sortie  $Z = 0$

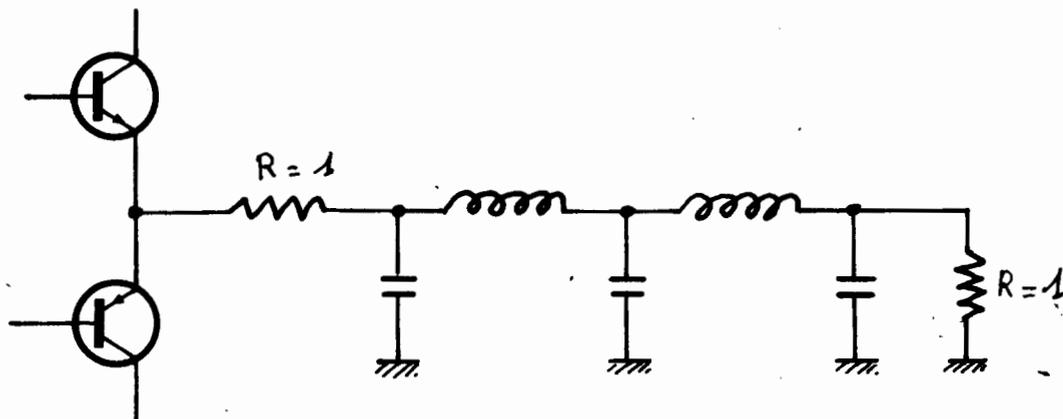
$Z = \infty$

$Z = Z_0$

Dans ce dernier cas, l'impédance de sortie a une valeur déterminée (cas des M.L., SRAI --- ou  $Z_0 = 50 \Omega$ ).

### 2-1. Cas où $Z = 0$ .

C'est le cas d'un amplificateur symétrique où l'on a deux transistors montés en collecteur commun. Il faut alors ajouter la résistance caractéristique en série avec le filtre et le charger par la même résistance.

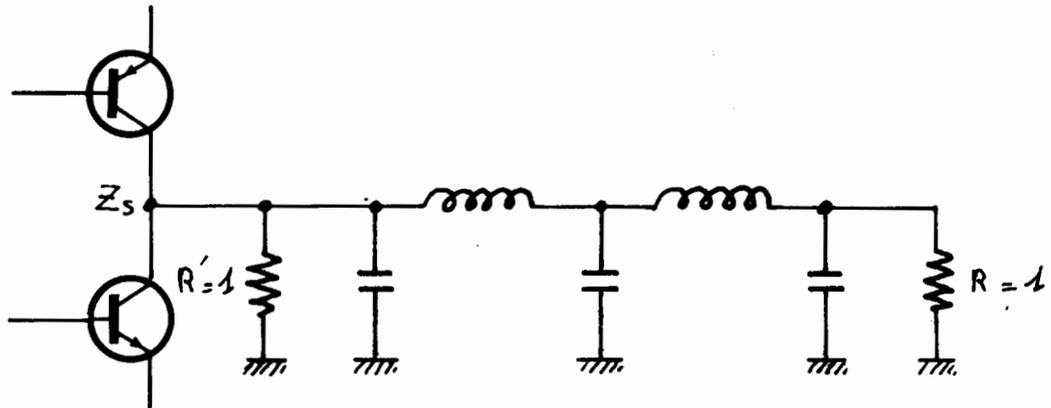


Ces filtres peuvent facilement être transposés en passe-bande.

2-2. Cas où  $Z = \infty$ 

C'est le cas de filtres utilisés à la sortie d'amplificateurs symétriques montés en émetteur commun.

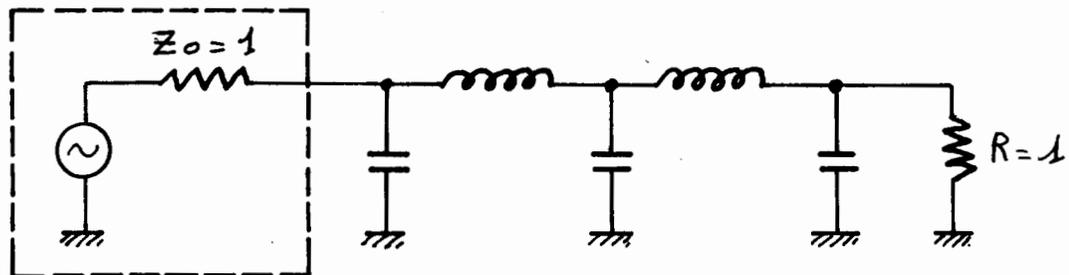
Puisque le filtre doit être chargé à ses deux extrémités par la même résistance, on aura la structure suivante :



Si l'impédance de sortie de l'amplificateur n'est pas négligeable devant  $R$ , il sera nécessaire d'ajuster  $R'$  pour avoir  $Z_B // R' = R$ .

2-3. Cas où  $Z = Z_0$ 

On attaque le filtre par la résistance naturelle  $Z_0$  du générateur. On utilise un filtre symétrique calculé avec  $Z_0 = 1$  et  $R = 1$  (impédance caractéristique).



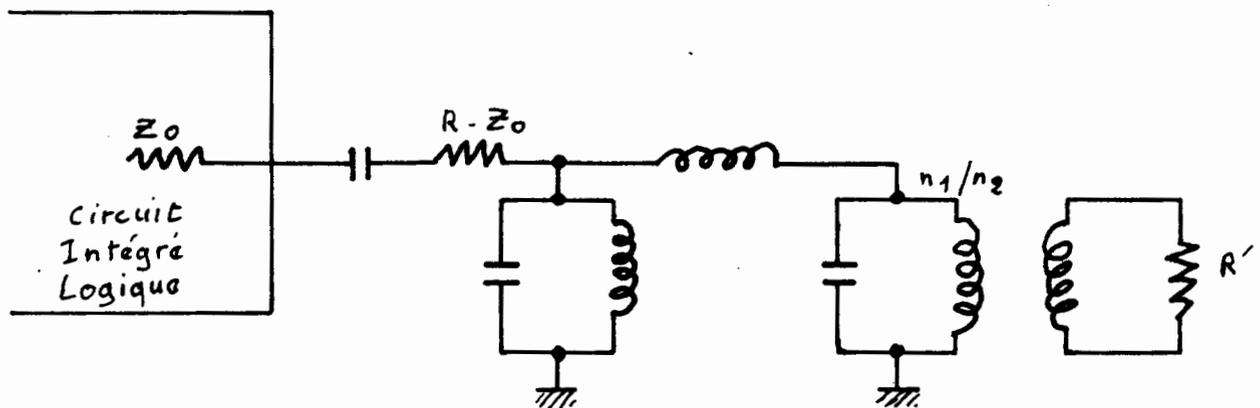
## 2/ Passe-bande large (sinusoïdaliseurs)

Les sources de ces filtres sont également des C.I. logiques, transistors, modulateurs ...

Si la source est un circuit logique, il sera nécessaire d'ajouter en série avec le filtre, une résistance  $R' = R - Z_0$  (la résistance de sortie est évaluée en général à  $100 \Omega$ ).

Etant donné que ce sont des filtres passe-bande, le continu n'est pas transmis, mais du fait de la configuration du filtre (self à la masse) on est amené à mettre un condensateur en série dans le circuit pour éviter un débit trop important du C.I.

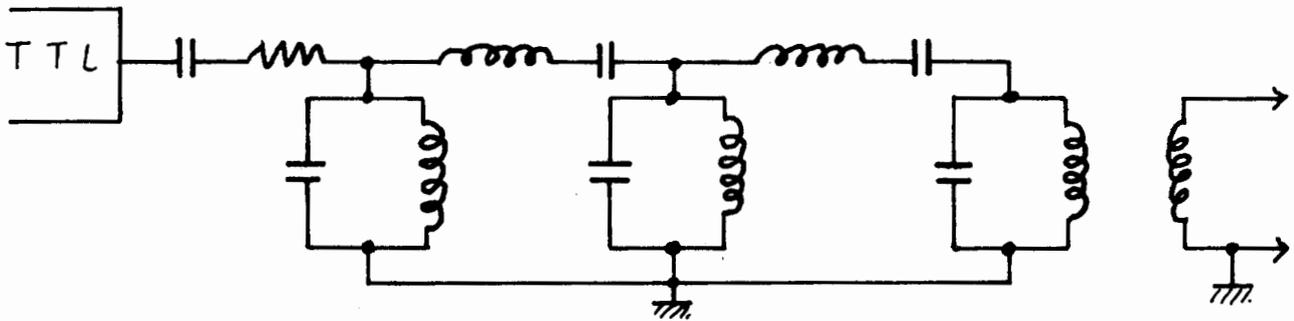
Le condensateur doit avoir une valeur telle que  $RC$  implique une fréquence de coupure beaucoup plus basse que celle du filtre ; il faut donc  $RC \omega_1 \gg 1$ .



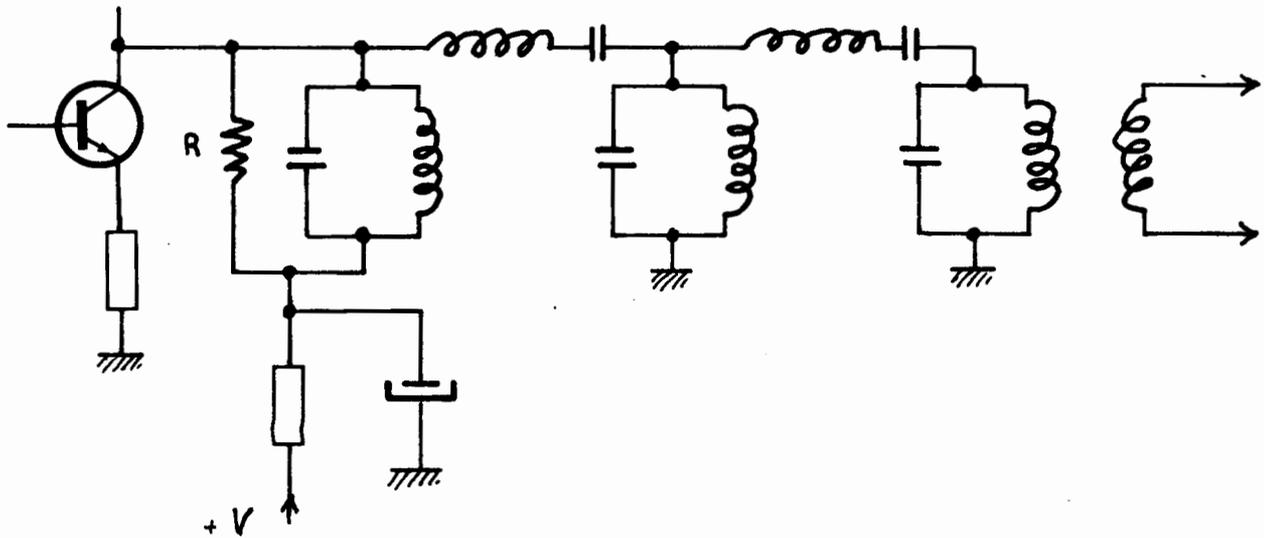
$$\Rightarrow \frac{R}{R'} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2$$

## 3/ Passe-bande moyenne

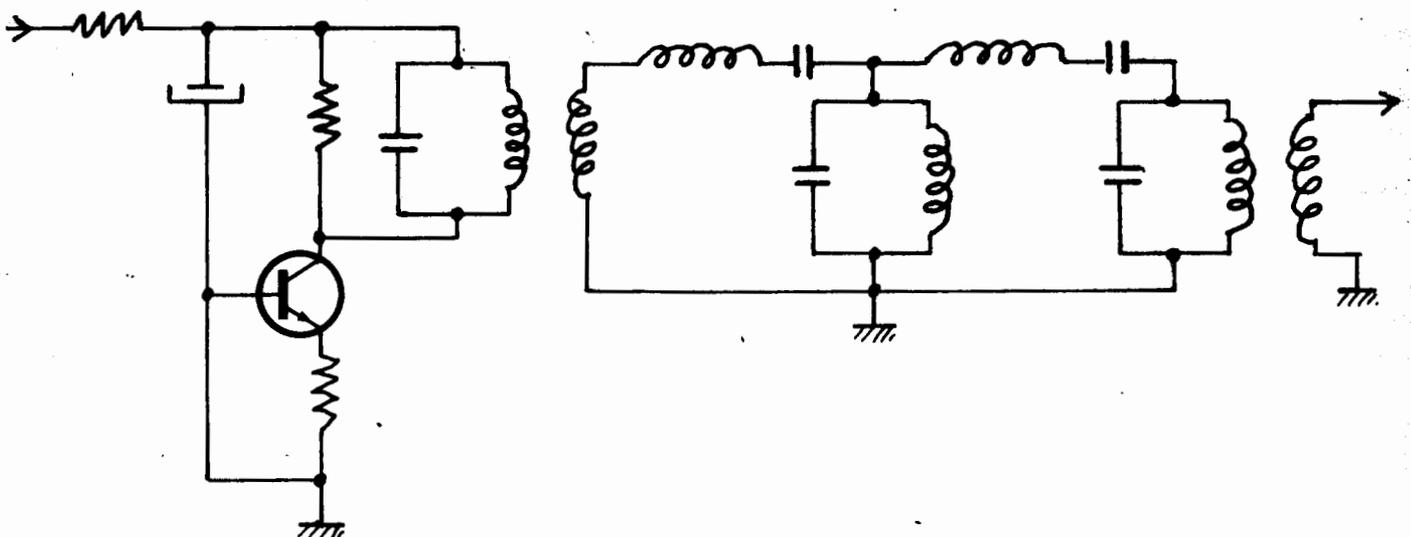
Si la bande passante du filtre à obtenir doit être mieux définie (meilleure sélectivité) il est nécessaire d'utiliser un nombre de pôles supérieur à 3. Dans ce cas, les structures à utiliser sont les suivantes :

a) Sortie TTL

Les masses du filtre peuvent être séparées de la masse de la source, ainsi que de celle de la charge et reliées à un point commun pour éviter les courants de circulation de masse.

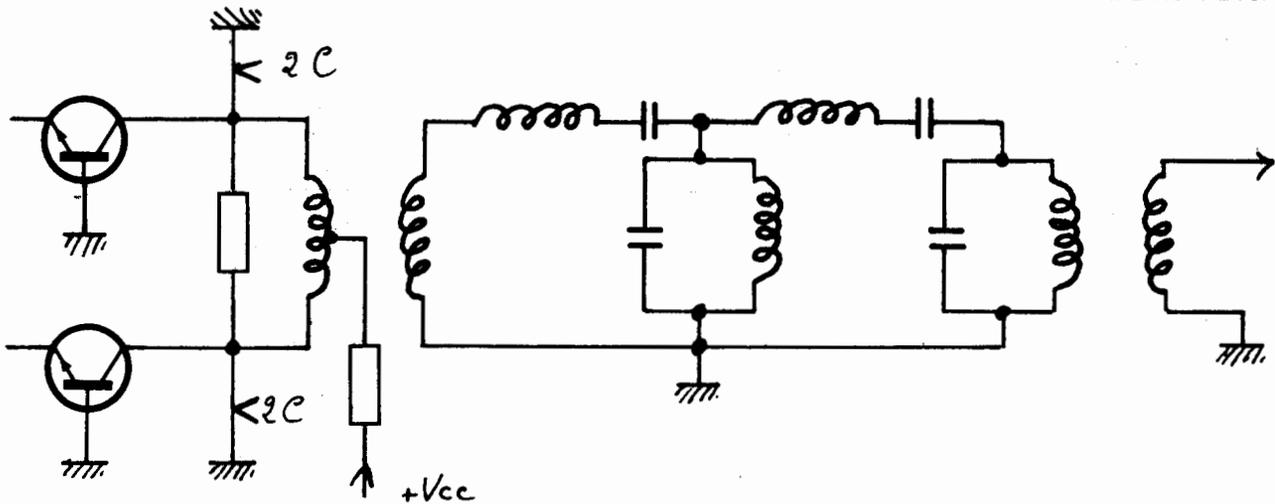
b) Sortie sur collecteur de transistor

S'il est nécessaire de séparer les masses du filtre de la masse de la source, il faudra faire une séparation par transformateur sur la première self.



c) Sortie du mélangeur

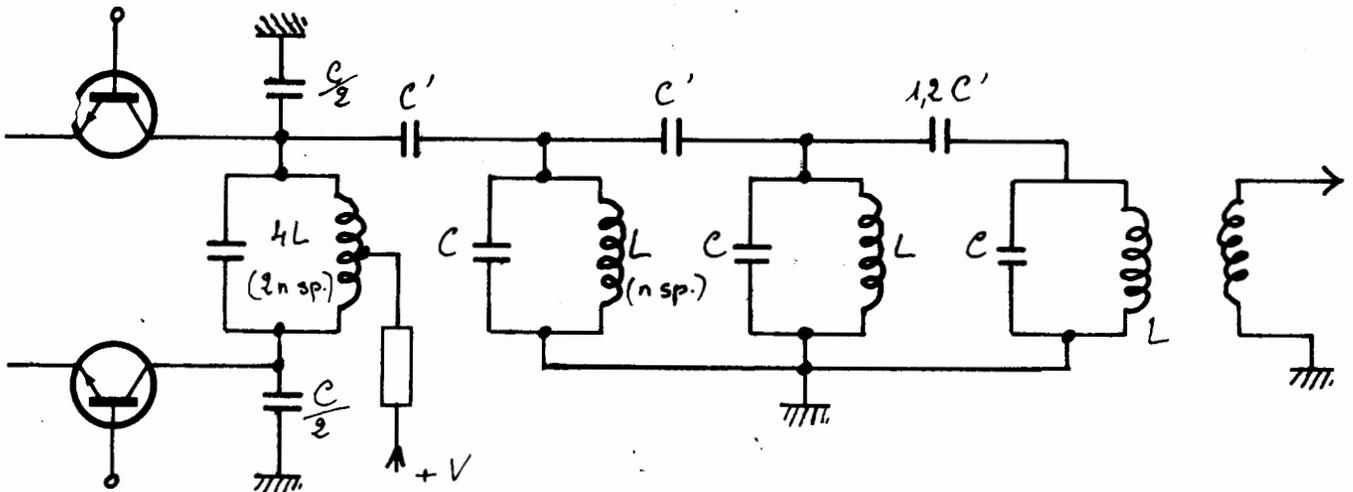
Dans le cas d'une sortie sur deux transistors symétriques, il est préférable d'utiliser la structure suivante :



Dans cette structure, le condensateur de tête est remplacé par deux fois  $2C$  à la masse. Mais l'alimentation des transistors doit se faire par une résistance non découplée.

4/ Passe-bande étroite

Ces filtres sont pratiquement toujours utilisés sur des transistors en collecteur commun et en symétrique, leur structure est la suivante :

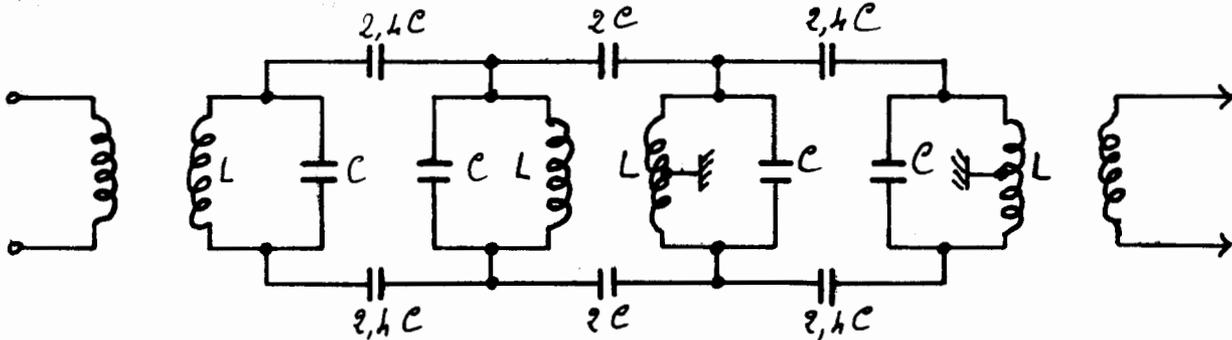


Il faut tenir compte des valeurs des condensateurs ainsi que de leur dérive en température qui provoque une dérive en fréquence des circuits accordés. Ces condensateurs sont en général faibles pour être choisis dans une gamme à haute stabilité, mais dans ce cas on diminue d'autant les condensateurs de liaison ; s'ils

deviennent trop faibles pour des fréquences d'utilisation données, il y a deux façons d'y remédier :

a) Filtre symétrique

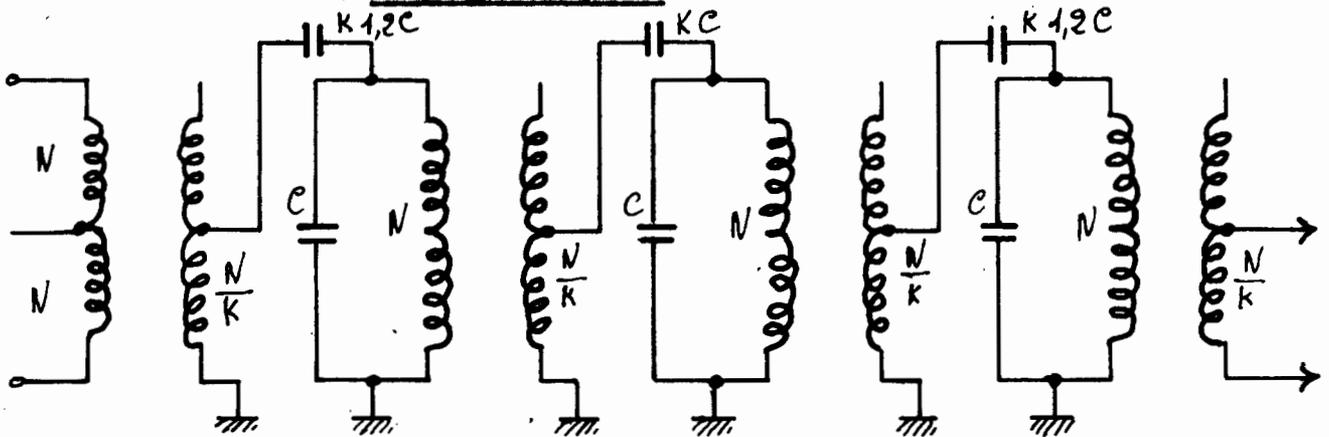
La première solution consiste à faire un filtre dont la structure symétrique est la suivante :



Les condensateurs de liaison étant en série dans le couplage, il sera nécessaire de doubler leur valeur pour obtenir l'accord voulu.

Cette structure permet de diminuer le rayonnement parce que chaque condensateur de liaison rayonne de façon inverse de son opposé grâce à la symétrie du montage.

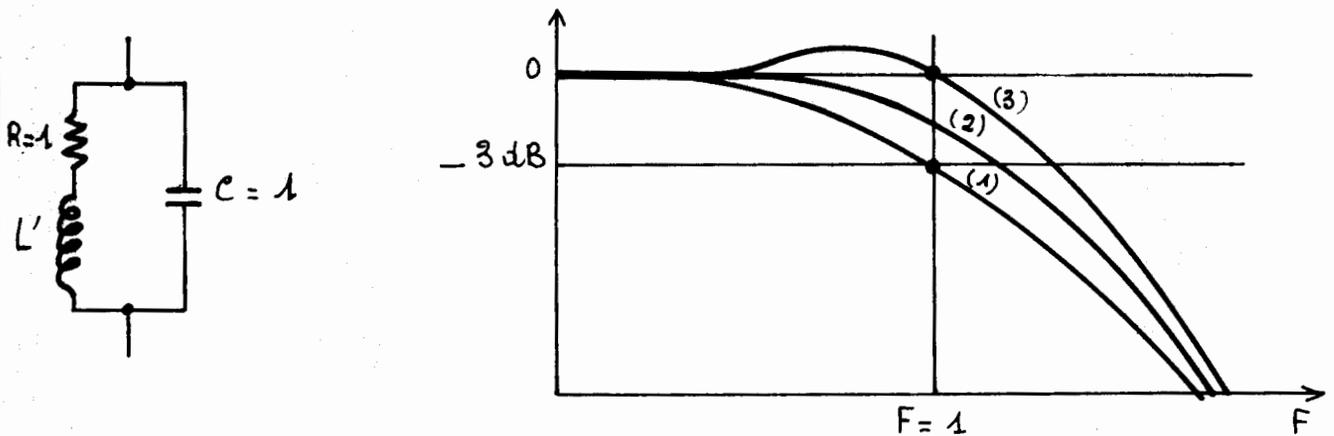
b) Couplage sur prise



Pour garder la bonne adaptation d'impédance, les valeurs des condensateurs doivent être multipliées par le coefficient de division de self (K).

### 5/ Correction shunt Peaking

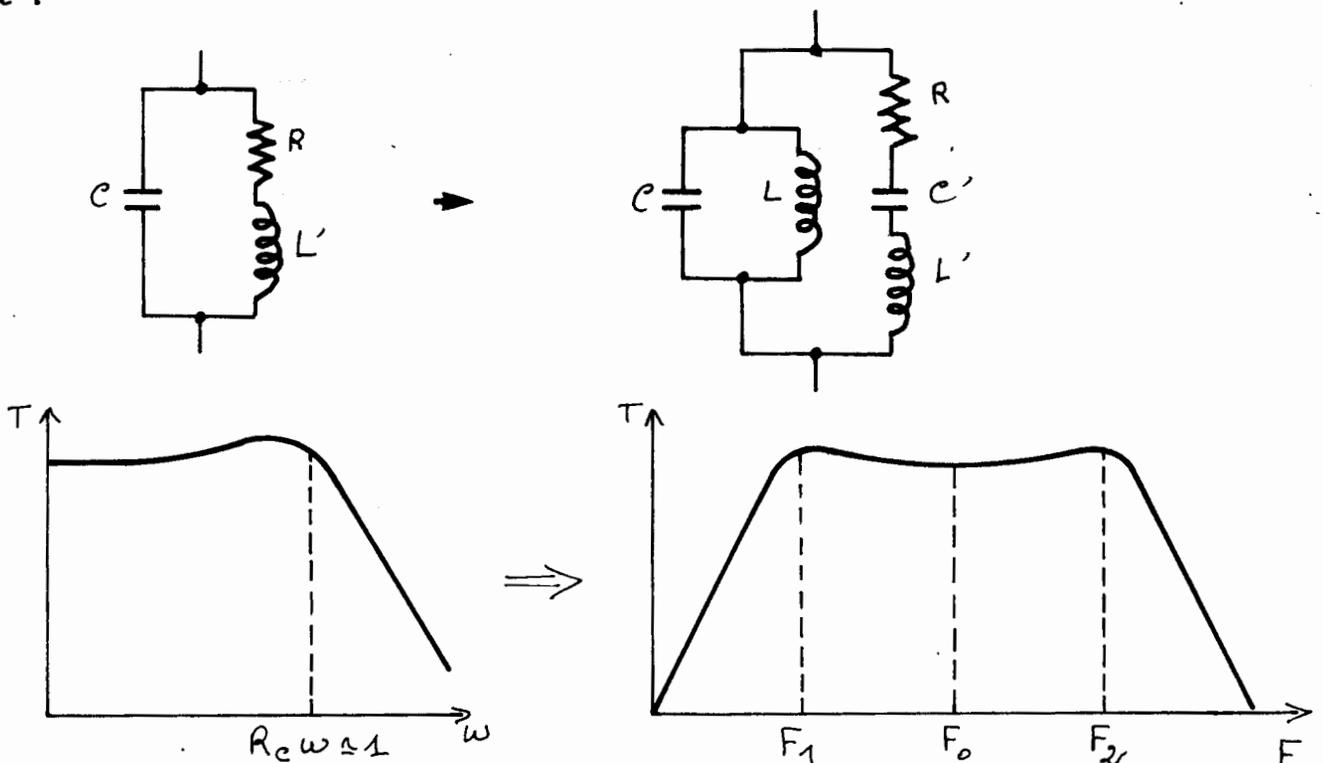
Le shunt Peaking consiste en un dipôle réalisé de la façon suivante :



- Sans correction,  $L = 0$ , la pente de l'atténuation est donc de 6 dB par octave puisqu'elle ne dépend que du condensateur  $C$  (courbe (1)).
- On peut imposer certaines conditions dans l'impédance  $Z$  du dipôle pour que la courbe passe par 0 dB à la fréquence de coupure. On obtient alors  $L = 0,5$ , la courbe est celle représentée en (3).
- Pour obtenir la courbe la plus plate possible, on élimine les termes de degré inférieur au plus élevé dans l'expression de  $Z$  et l'on obtient  $L = \sqrt{2} - 1$ . (courbe (2)).

### Transposition du shunt Peaking en passe-bande

La transposition de ce dipôle permet de corriger une bande de fréquence donnée. Comme les autres types de filtres, la transposition s'effectue de la façon suivante :



Pour une bande passante  $B = F_2 - F_1$  et une fréquence centrale  $F_0$  où  $F_0^2 = F_2 \cdot F_1$ ,  
la transposition du dipôle précédent conduit à :

$$B = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2\pi F_0)^2 LC = 1$$

$$L' = \frac{1}{2} CR^2 \quad (2\pi F_0)^2 L'C' = 1$$

Le calcul est conduit à partir de la capacité  $C$ , qui inclue la capacité résiduelle, et fixe la bande passante du dipôle correcteur.

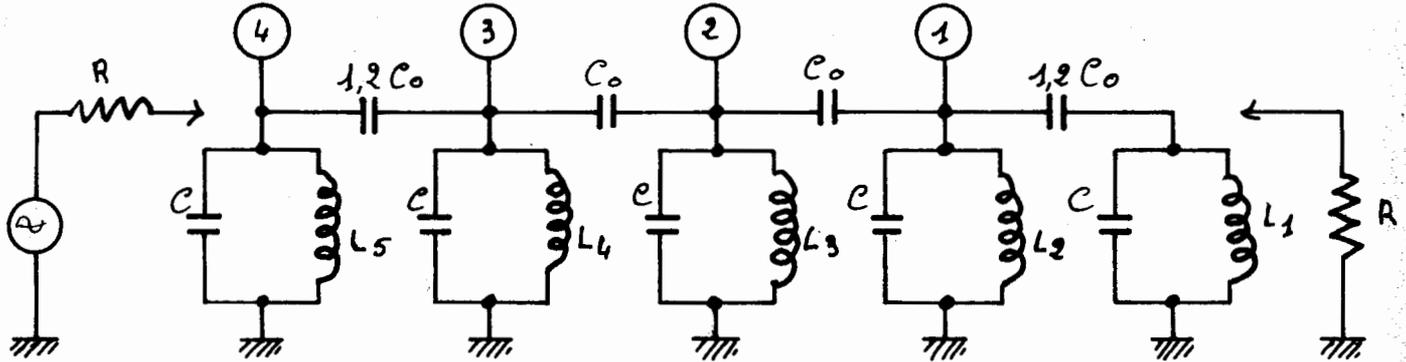
$R$  définit l'inductance  $L'$  pour obtenir une ondulation minimale dans la bande transmise.

Les éléments  $L$  et  $C'$  ajustent les fréquences de coupures basse et haute du filtre ainsi constitué.

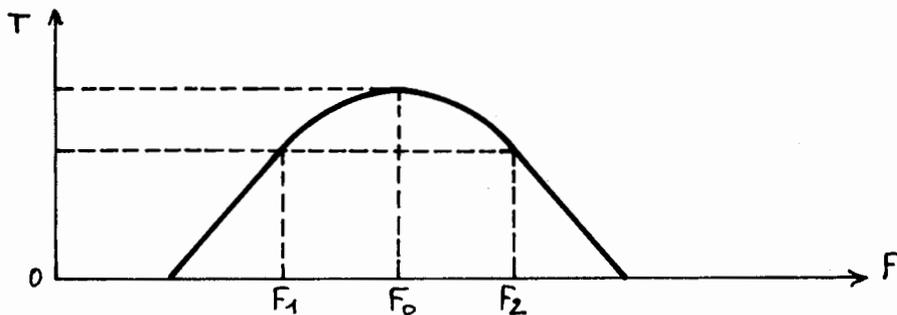
## VI - MISE AU POINT ET REGLAGE DES FILTRES - IMPLANTATION

1/ Filtres à couplage capacitif en tête

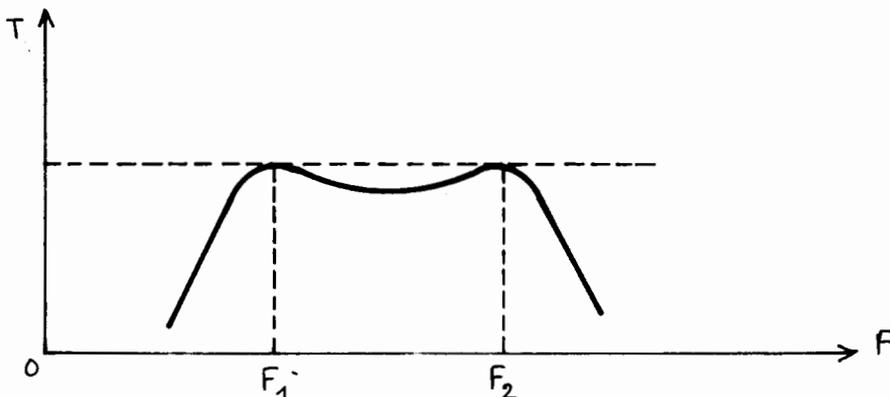
(cf. paragraphe III-3-a, 3ème partie).



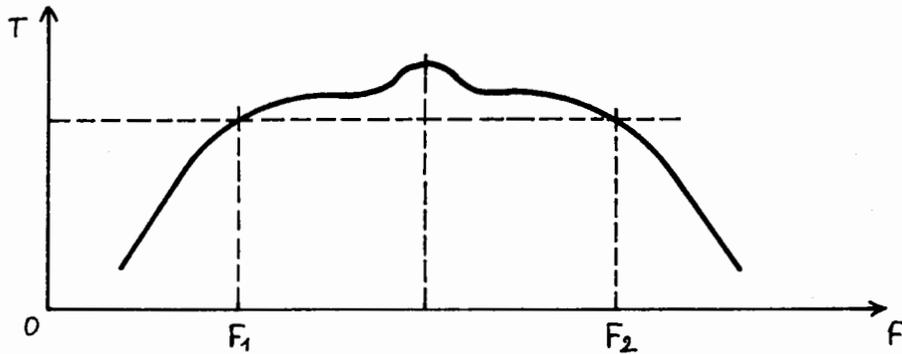
1. Le filtre étant chargé par son impédance caractéristique, si l'on attaque en (1) en tension avec une source d'impédance très faible par rapport à l'impédance caractéristique (ex : charge 1 k $\Omega$  attaquée par un générateur 50  $\Omega$  au travers d'un coax 50  $\Omega$  soit 25  $\Omega$  d'ensemble). On règle alors la self de sortie L1 de telle sorte que l'on ait le même affaiblissement aux deux limites de la bande (la visualisation étant connectée aux bornes de la charge et pouvant constituer la charge caractéristique elle-même).



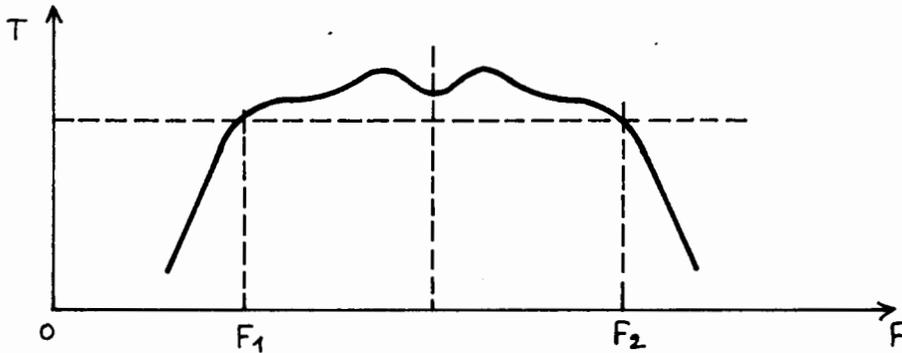
2. Le signal est ensuite injecté en (2), on règle L2 pour avoir les deux résonances d'extrémité de bande à la même amplitude. Les condensateurs de couplage influent sur le centrage des résonances par rapport aux fréquences de coupures théoriques.



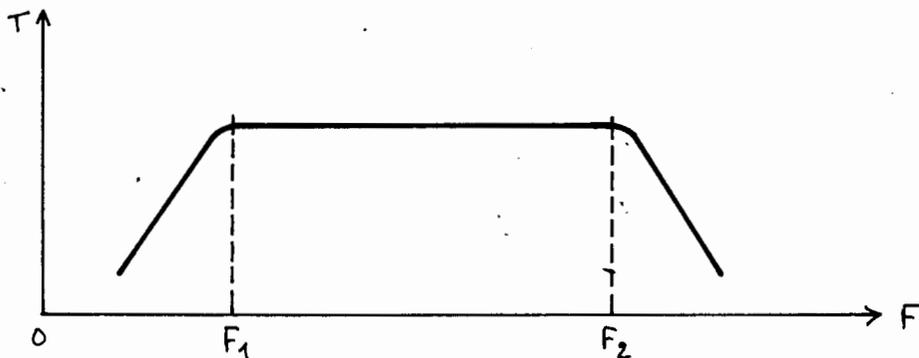
3. On attaque en (3) pour régler  $L_3$  de façon à avoir les deux épaules latérales du filtre au même niveau.



4. On injecte en (4) pour avoir les deux épaules latérales au même niveau (les résonances centrales ne variant pratiquement pas en niveau).

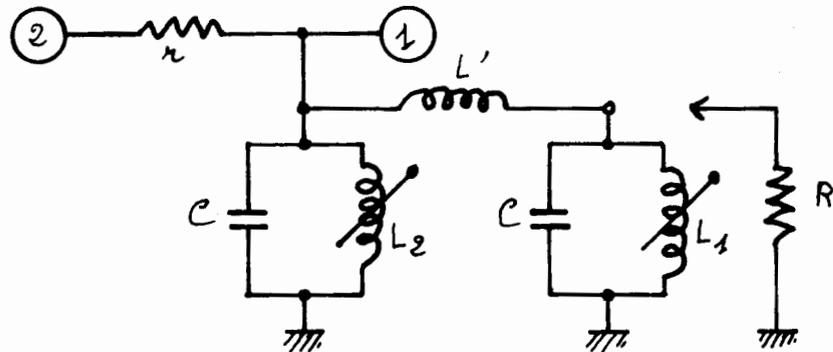


5. De nouveau on injecte le signal en (4) mais cette fois par l'intermédiaire d'une résistance égale à l'impédance caractéristique du filtre (en tenant compte de l'impédance interne du générateur), on règle  $L_5$  pour avoir la même amplitude dans la bande entière.

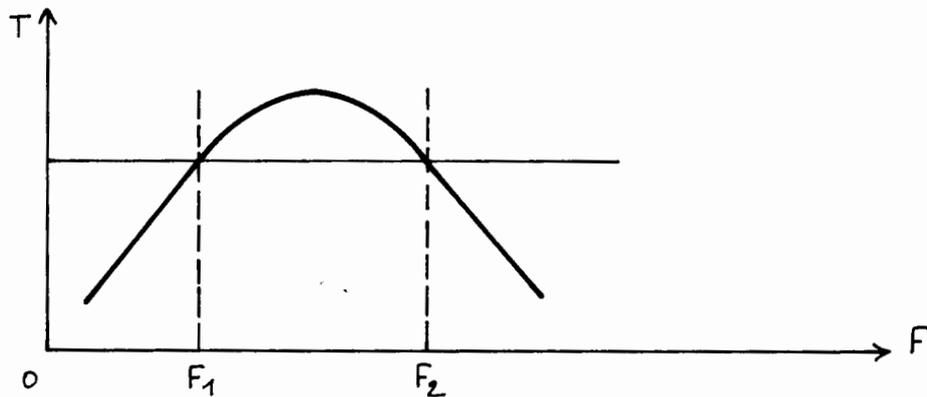


## 2/ Filtres à couplage selfique en tête

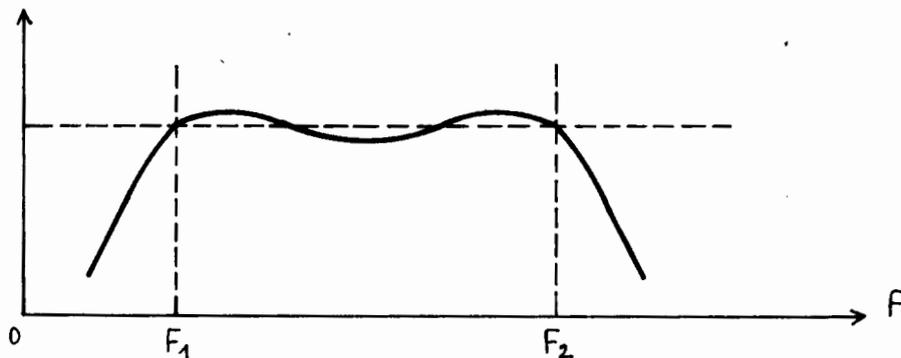
(cf. paragraphe III-3-b, 3ème partie).

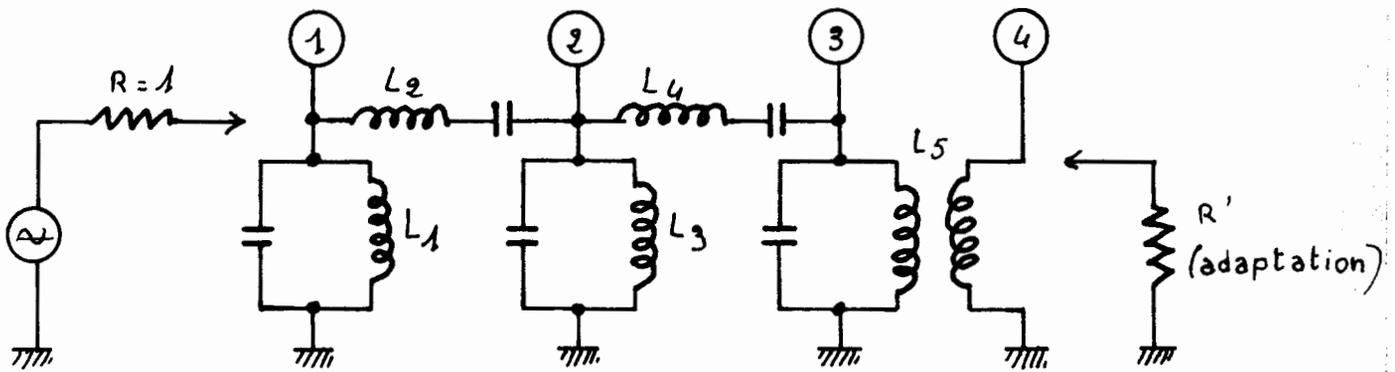


1. On attaque le filtre par un générateur de tension en (1) , on règle  $L_1$  pour avoir le même niveau aux deux extrémités du filtre.



2. Le signal est ensuite injecté en (2) à travers une résistance ( $r$ ) égale à l'impédance caractéristique du filtre, on règle  $L_2$  pour avoir la même amplitude aux deux extrémités de la bande passante.



3/ Filtres passe-bandes moyennes (transposés)

1. Le signal est d'abord injecté en (2) par un générateur de tension, la sortie étant en (3) bouclée par une impédance négligeable devant l'impédance caractéristique du filtre ( $< 10$  fois  $Z$  itérative). On règle  $L_4$  pour avoir une résonance sur  $\omega_0$ .

2. Attaquer de nouveau en (2) par un générateur de tension, la sortie étant en (4) avec la résistance d'adaptation, régler  $L_5$  pour avoir le même niveau à  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

3. Attaquer en (1) sous une impédance nulle la sortie étant en (2) avec une impédance négligeable, régler  $L_2$  pour obtenir une résonance à  $\omega_0$ .

4. Attaquer en (1) sous une impédance nulle, sortie en (4) avec une résistance de charge d'adaptation, régler  $L_3$  pour avoir le même niveau à  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

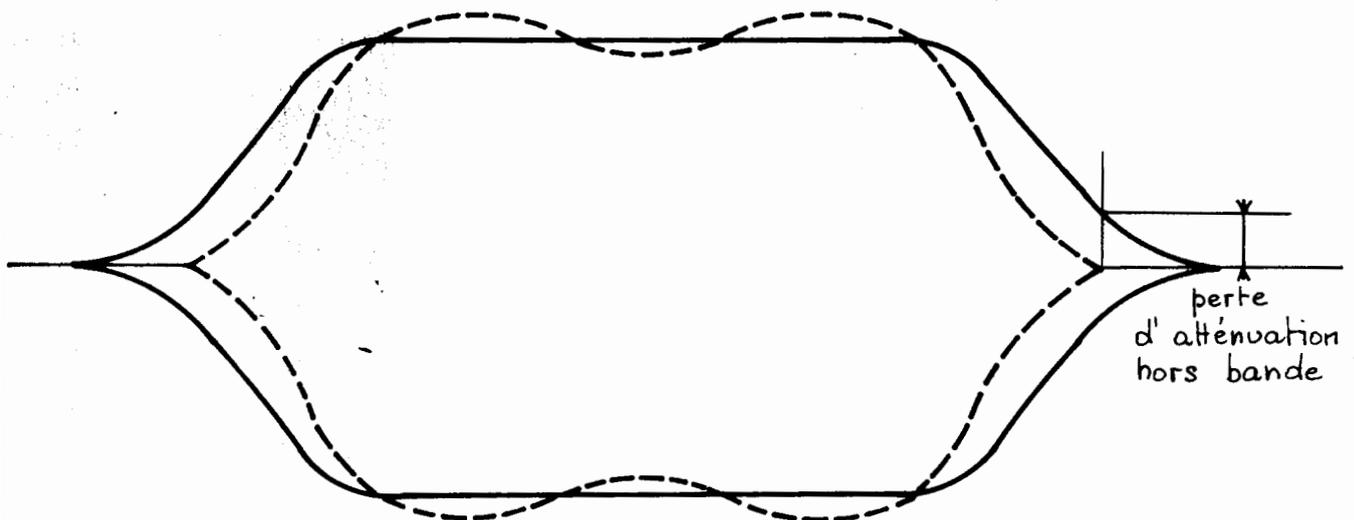
5. Attaquer en (1) au travers de la résistance d'adaptation du filtre, la sortie étant en (4) avec la résistance d'adaptation, régler  $L_1$  pour avoir la platitude maximum dans toute la bande du filtre.

#### 4/ Remarque importante sur le REGLAGE DES FILTRES

Bien souvent, après le réglage d'un filtre selon la procédure que nous venons de définir, le technicien est tenté de réduire l'ondulation résiduelle en bande passante par de petites retouches des réglages. Cette "amélioration" est à proscrire, même si les retouches paraissent minimes car elle se fait toujours au détriment de la coupure hors bande. En effet, avec les systèmes de visualisation utilisés en général (oscilloscopes), on peut fortement dilater l'échelle de lecture verticale (gain  $y$ ) de façon à mieux apprécier l'ondulation résiduelle en bande passante, or, avec ces systèmes, on évalue mal, voire pas du tout, les pertes éventuelles d'atténuation en bande coupée. Par exemple, pour une amplitude en bande passante de l'ordre du volt, un léger dérèglement, dans le but d'obtenir la bande la plus plate possible, peut amener une variation de niveau en bande coupée de 1 à 10 mV, ce qui, par rapport à 1 volt est difficilement appréciable mais représente tout de même une perte d'atténuation hors bande de 20 dB puisqu'en passant de 1 à 10 mV on passe de - 60 à - 40 dB par rapport à 1 volt.

La première mise au point est donc suffisante pour mettre le filtre au mieux de ses caractéristiques. L'ondulation en bande passante étant une des caractéristiques du filtre, il convient de la mesurer pour définir si elle est ou non trop importante par rapport au calcul initial.

D'autre part, une méthode de réglage bien définie permet de disposer judicieusement les points de test nécessaires à la mise au point.



## 4<sup>ème</sup> Partie : ANNEXE - FILTRES PARTICULIERS

### I - FILTRES D'ONDES DE SURFACE

#### 1/ Introduction

La propagation des vibrations mécaniques dans les milieux naturels (solides, liquides, gazeux) est un phénomène connu ; les vibrations qui se propagent à la périphérie des solides est une propriété développée depuis peu pour permettre de transporter et traiter les signaux formés par ces ondes mécaniques.

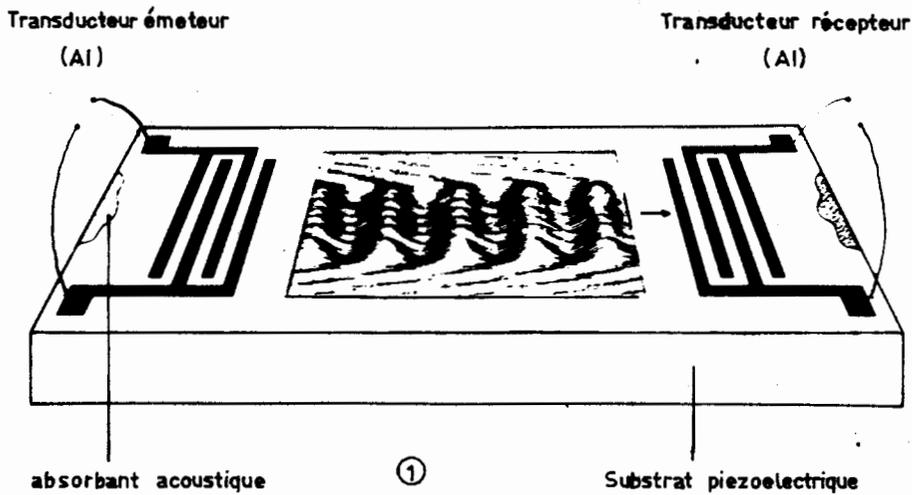
L'intérêt porté à ces ondes (ou plutôt à ces micro-ondes dites "élastiques" ou "acoustiques", car leur domaine de fréquences s'étend de quelques mégahertz à plusieurs gigahertz) a trois origines : les ondes acoustiques se déplaçant, dans les solides à une vitesse voisine de 3 km/s, soit environ 100 000 fois plus lentement que les ondes électromagnétiques, permettant de conserver les signaux pendant des temps relativement longs ; l'atténuation de ces ondes est faible sur des substrats convenablement choisis ; enfin, étant guidés par la surface des substrats, elles sont aisément accessibles tout au long de leur parcours, et peuvent être facilement manipulées.

On peut, dès lors, envisager une grande variété de dispositifs : lignes à retard, codeurs et décodeurs, filtres, corrélateurs, déviateurs et modulateurs de lumière.. à micro-ondes acoustiques de surface. De tels composants pourront être plus petits, plus compacts et moins chers que les composants électromagnétiques réalisant les mêmes fonctions.

#### 2/ Les ondes acoustiques de surface

Les ondes acoustiques de surface sont donc des vibrations mécaniques qui se propagent à la surface d'un matériau comme une vague : dans le cas d'un matériau piézo-électrique, ces vibrations peuvent être engendrées en appliquant une tension électrique entre des électrodes métalliques ; elles sont reconverties en signal électrique par de nouvelles électrodes métalliques.

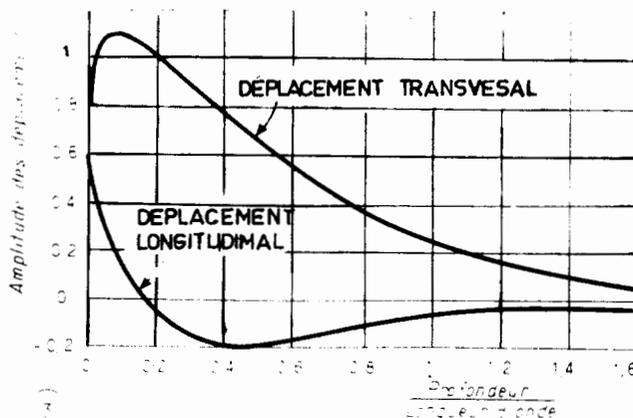
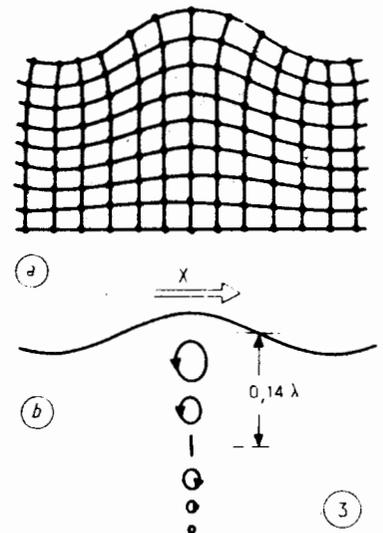
Les ondes de surface sont des ondes composites, constituées à la fois par des déplacements longitudinaux et transversaux.



- Ligne simple à onde acoustique de surface.

- Onde de Rayleigh.

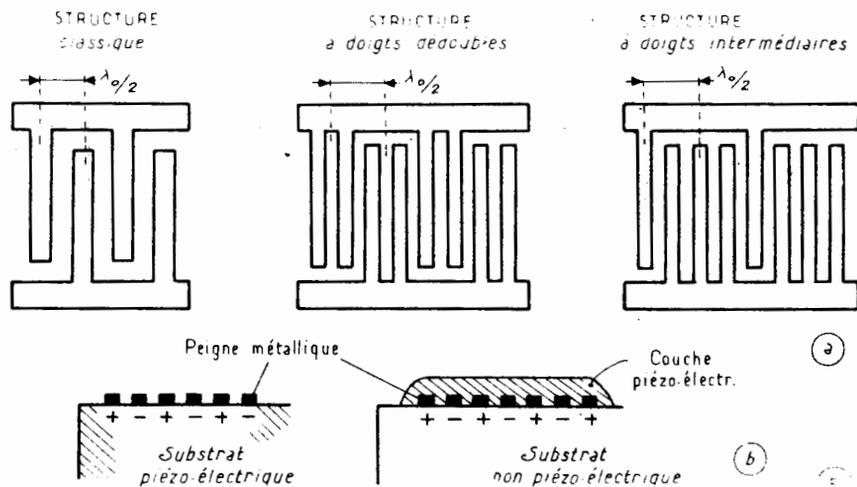
Cette onde (a) se propage le long de la surface : c'est une onde composite constituée à la fois par des déplacements longitudinaux et transversaux. En b, la nature elliptique du mouvement des particules de matériau apparaît dans un milieu isotrope : le mouvement vibratoire s'atténue en profondeur et devient négligeable à une distance de la surface égale à trois fois la longueur d'onde. A une profondeur de  $0,14 \times$  longueur d'onde, la direction du mouvement des particules s'inverse. A la fréquence de 30 MHz, par exemple, correspond une longueur d'onde voisine de 0,1 mm.



- Amplitude (en valeurs relatives) des déplacements transversaux et longitudinaux.

### 3/ Transducteur pour micro-ondes acoustiques

Il est de nombreuses méthodes pour générer des micro-ondes acoustiques au moyen de signaux électriques. Néanmoins, les transducteurs interdigités (fig. suivante) sont les plus employés ; ils sont constitués par deux peignes métalliques entrelacés déposés sur un substrat piézoélectrique. Pour générer une onde, un potentiel alternatif est appliqué entre les deux peignes métalliques qui sont séparés par une distance d'une demi-longueur d'onde à la fréquence choisie. L'onde excitée par le potentiel alternatif entre deux doigts d'un transducteur se propage à la vitesse de l'onde de surface ; lorsqu'elle arrive entre les deux doigts suivants, l'onde excitée par ces deux doigts s'ajoute à l'onde excitée par les deux doigts précédents. Le mécanisme est réciproque : le transducteur qui excite une onde peut aussi la détecter.



- Divers transducteurs interdigités en a et leur structure (vue en coupe) en b. La largeur des traits est égale au quart de la longueur d'onde pour des transducteurs de structure classique.

Les peignes sont formés par des techniques classiques de photolithographie sur des films métalliques (de l'aluminium par exemple) de 0,1 micron d'épaisseur. La largeur minimale des doigts, ainsi réalisable, est d'environ 1,5 micron, ce qui limite la fréquence de fonctionnement des dispositifs à micro-ondes acoustiques à 530 MHz et à 580 MHz pour un transducteur déposé sur quartz et sur du niobate de lithium respectivement. Des traits très fins sont réalisés avec un faisceau d'électrons qui balaie la surface du substrat recouverte d'une résine sensible.

Les chaînes moléculaires d'une résine sont brisées sous l'action d'une densité d'électrons de l'ordre de  $0,1$  millicoulomb par  $\text{cm}^2$  et la solubilité des parties exposées augmente. Cet effet est mis à profit dans l'usinage par bombardement électronique, de transducteurs excitant des ondes de surface de fréquence supérieure à  $1000$  MHz.

Les meilleurs résultats sont obtenus avec, pour résine, le polyméthacrylate de méthyl. Dans les premières expériences, le matériau piézo-électrique utilisé était le quartz. Cependant, ce matériau présente un bas coefficient de couplage piézo-électrique (donc le signal acoustique produit est relativement très faible, comparé au signal électrique appliqué sur les électrodes) et des pertes d'insertion importantes ( $20$  à  $50$  dB).

De nombreux autres matériaux ont, depuis, été utilisés dans les études sur les ondes de surface. Ceux-ci comprennent le sulfure de cadmium (Cds), l'oxyde de zinc (Zno), le germanate de bismuth ( $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ), le tantalate de lithium, le niobate de potassium et de sodium, les céramiques (tantalate de plomb-zirconium ou "PZT" et niobate de plomb-strontium ou "PSN"), et le niobate de lithium.

Les pertes diélectriques et la présence de grains, dans les céramiques, limitent l'emploi de ces dernières aux fréquences inférieures à  $50$  MHz. Le germanate de bismuth est caractérisé par de faibles vitesses de propagation des ondes de surface et il est bien adapté à la réalisation de lignes à grand retard ; en outre, il est quasiment isotrope, de sorte que les ondes de surface peuvent se propager linéairement, en faisant un angle avec l'axe du cristal, ou encore le long de trajets incurvés sur une plaque plane : on pourrait ainsi enregistrer une image complète d'une émission télévisée et en couplant une telle ligne à retard, à un registre à décalage, réaliser une mémoire vidéo.

#### 4/ Les guides d'ondes

Les ondes de surface peuvent être manipulées au moyen de nombreux composants qui leur sont spécifiques. Ainsi, les faisceaux acoustiques peuvent être déviés et focalisés au moyen de "prismes" et de "lentilles" déposés en couches minces sur un cristal piézo-électrique : cependant, leur intérêt semble rester encore purement académique. L'utilisateur de réseaux réflecteurs est bien plus intéressant : sous sa forme la plus simple, un tel réseau est constitué par une série de discontinuités parallèles et équidistantes ; elles sont formées, soit par des rainures gravées dans la surface du cristal, soit par des bandes déposées sur cette surface.

Les coupleurs acoustiques multitraits sont constitués par un réseau de traits métalliques parallèles déposés sur le substrat piézo-électrique. Ils servent à transférer toute la puissance d'une voie acoustique sur une autre avec une large bande et de faibles pertes. Puisque cette énergie est transférée au moyen de traits métalliques, ceux-ci peuvent être courbés pour rediriger le faisceau acoustique dans une autre direction.

Plusieurs composants sont issus du coupleur multitrait. En lui donnant la forme d'un "U", on réalise un réflecteur, pourvu que le nombre de traits soit suffisant : sur du niobate de lithium, les pertes engendrées par un tel miroir s'évaluent, approximativement, à 2 dB sur 60 % de la bande passante ; une part importante de ces pertes est due aux parties courbes du dispositif.

Les transducteurs classiques sont bidirectionnels. On les rend unidirectionnels en les incorporant dans un coupleur en "U".

Le "T" magique est une autre forme de composant multitrait ; il sert de compresseur de faisceau et joue le rôle d'un transformateur car il permet d'accroître l'intensité de l'onde.

Il est donc possible de guider des ondes acoustiques à la surface d'un cristal piézo-électrique. Pour utiliser pleinement les possibilités offertes par ces ondes, par exemple pour la miniaturisation des composants électriques, il convient de parvenir à un confinement latéral des faisceaux acoustiques sur des largeurs voisines de la longueur d'onde acoustique : il est donc nécessaire de réaliser des guides d'ondes semblables aux guides électromagnétiques ou optiques. Le confinement latéral est réalisé en abaissant localement la vitesse de propagation de l'onde. Deux techniques, basées respectivement sur les couches minces et sur les "effets topographiques" sont mises en oeuvre : dans la première, on réalise un guide en forme de ruban de faible épaisseur, fait d'un matériau "rapide" (les ondes acoustiques s'y déplacent bien plus vite que dans le substrat piézo-électrique, matériau "lent"), tel que l'or ou l'aluminium ; dans une variante, le guide est formé par une fente dans une couche mince "rapide" déposée sur un substrat "lent". Dans ces guides se pose le problème de la dispersion, la vitesse de propagation variant avec la fréquence.

Ce dernier problème semble pouvoir être résolu dans l'autre méthode par les guides "topographiques", en forme de coins usinés ou gravés directement dans le cristal piézo-électrique.

Les guides peuvent servir à la réalisation de coupleurs directionnels et de résonateurs en anneaux.

Le premier de ces dispositifs est formé en plaçant deux guides parallèlement l'un près de l'autre ; la longueur de couplage dépend de la fréquence ; pour des rubans en or sur du quartz, la valeur minimale de cette longueur est de 25 fois la longueur d'onde. Des valeurs du facteur Q de résonateurs en anneaux de plusieurs milliers ont été mesurées, pour des anneaux dont le rayon est compris entre 15 et 40 longueurs d'onde.

## 5/ Filtres pour micro-ondes acoustiques

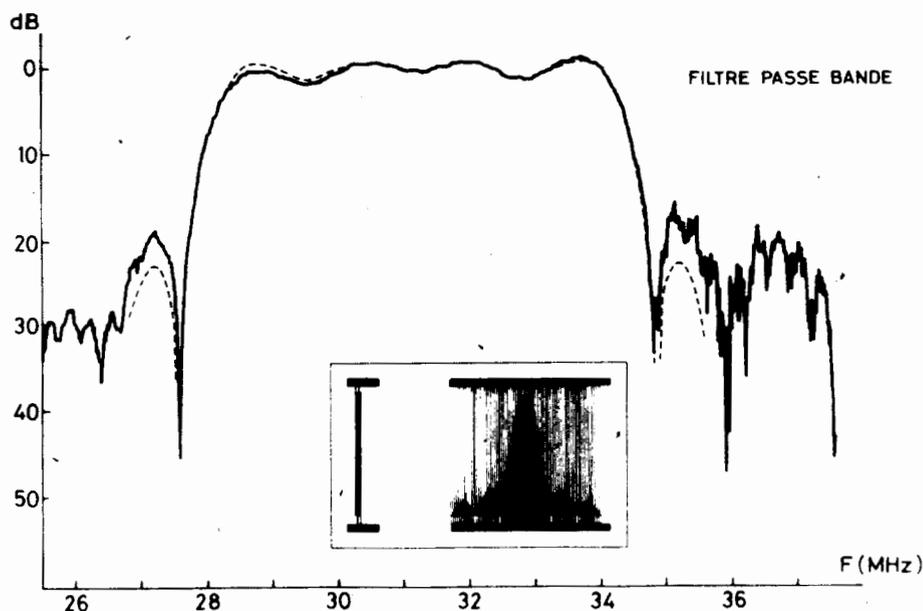
Une ligne à micro-ondes acoustiques constitue un quadripôle dont la caractéristique de transfert dépend de la géométrie des transducteurs, donc de la longueur active, du nombre et de la position des électrodes. Un grand nombre de fonctions de transfert est possible en utilisant une géométrie appropriée des transducteurs.

Les premiers composants à ondes de surface, maintenant développés pour le traitement des signaux de radar, sonar, de communication et de navigation et pour les calculateurs spécialisés, sont des filtres de bandes, les filtres de compression ou d'extension d'impulsions, les codeurs, décodeurs et les lignes à retard à prises programmables.

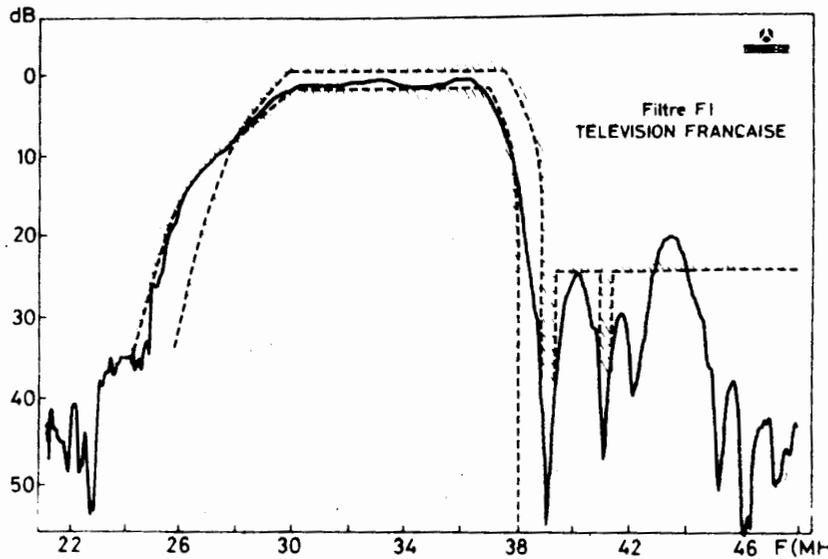
La réalisation de systèmes téléphoniques multiplex analogiques nécessite la mise au point de filtres dont la fréquence centrale est comprise entre 10 MHz et 80 MHz.

Ces filtres sont destinés à extraire les porteurs de groupe quaternaire des harmoniques pairs et impairs obtenus à partir d'une source de 2,2 MHz.

Une méthode de synthèse de filtres passe bande a été mise au point à partir de spécifications imposées. Cette méthode a été vérifiée expérimentalement sur différents substrats et l'expérience est en accord avec l'approche théorique (figure suivante).



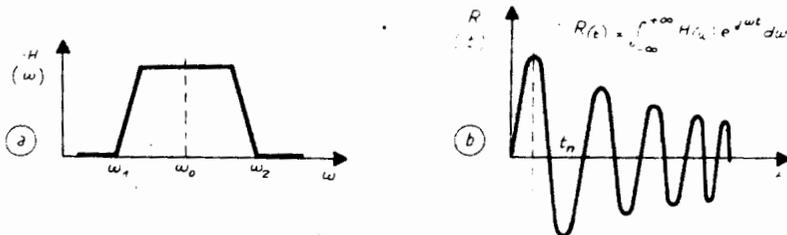
- Filtre passe-bande à flancs symétriques. On obtient une géométrie du transducteur en forme de  $(\sin x)/x$ . La courbe théorique (en pointillés) et les résultats expérimentaux (traits pleins) sont en bon accord. Les avantages de ce type de filtre sont importants : encombrement réduit, dispositifs compacts et fiables, temps de transit, constant et, surtout, absence de réglage.



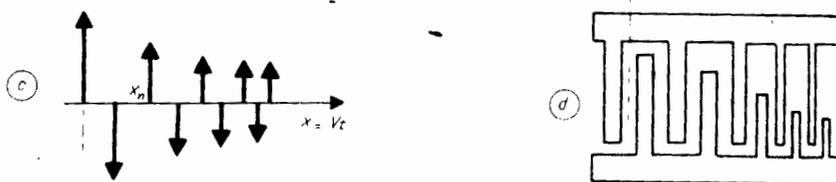
- Caractéristiques d'un filtre FI pour récepteur de télévision, correspondant aux spécifications de la Télévision Française. En dépit des pertes d'insertion de 15 dB environ, les avantages d'un tel filtre sont : une phase linéaire "par construction" à l'intérieur de la bande passante, un encombrement bien plus faible que le filtre classique et, surtout, l'absence de tout réglage.

Méthode de définition d'un filtre.

- o La première étape consiste à se fixer la réponse en fréquence adaptée aux spécifications (a).
- o Un calcul sur ordinateur fournit la réponse impulsionnelle par la transformée de Fourier (b).



- o On en déduit la position et l'intensité des sources acoustiques discrètes, en échantillonnant la réponse impulsionnelle (c).
- o En posant, par hypothèse, que chaque source est indépendante et peut être représentée par deux électrodes interdigitées, on obtient la géométrie de ces électrodes constituant le transducteur émetteur (d).



Les filtres passe fréquence sont presque toujours réalisés avec une ou plusieurs cellules en échelle, symétriques ou non. La largeur de bande relative (rapport de la bande passante à - 3 dB à la fréquence centrale du filtre) peut être aussi petite que quelques  $10^{-5}$ .

Les filtres passe bande sont très souvent réalisables en échelle à la condition toutefois d'admettre une largeur de bande relative de l'ordre de  $1.10^{-3}$ . Cette valeur peut atteindre  $2.10^{-3}$  au maximum dans certains cas particuliers. Lorsque la bande passante doit prendre des valeurs comprises entre  $1.10^{-3}$  et  $4.10^{-3}$ , la structure du filtre comporte 2 ou 3 bobinages équilibrés (montage de JAUMAN). Ce montage, aux valeurs d'inductance près, est également utilisé pour les filtres dont la largeur de bande relative doit être supérieure à  $4.10^{-4}$ , comprise entre  $4.10^{-4}$  et  $5.10^{-2}$  environ selon la fréquence et le type de cristaux mis en oeuvre.

Le facteur de forme (généralement le rapport de la largeur de bande à - 60 dB à la largeur de bande à - 6 dB) caractérise la sélectivité du filtre. Il dépend essentiellement du nombre de cristaux de quartz entrant dans la conception du filtre. Il n'a de signification que si la réponse du filtre est d'allure symétrique (montage de JAUMAN en particulier). Ce n'est vrai pour les filtres en échelle que lorsque des cristaux sont inclus dans les deux bras. D'une manière générale, le facteur de forme est :

- de 2 environ pour les filtres à 8 pôles ;
- compris entre 3 et 4 pour les filtres à 6 pôles ;
- compris entre 4 et 5 pour les filtres à 4 pôles ;
- de 8 environ pour les filtres à 2 pôles.

La détermination théorique des filtres, réalisée sur ordinateur, fait largement appel aux méthodes modernes et aux procédés de synthèse en partant de filtres passe-bas normalisés à fonctions de transfert connues de type TSCHEBYSCHOFF, BUTTERWORTH ou GAUSS. A titre d'exemple, les diagrammes théoriques ci-dessous (fig. 2 et fig. 3) traduisent l'atténuation idéale que l'on peut obtenir en fonction du nombre de cristaux (n) entrant dans la composition d'un filtre à quartz dans deux cas fréquemment rencontrés en pratique.

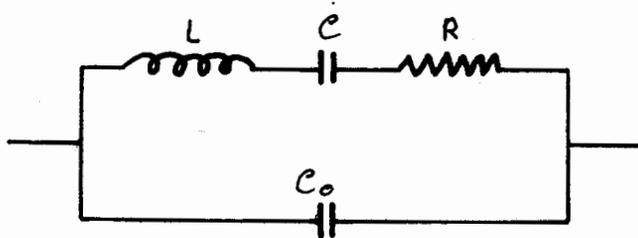
Le prix des filtres à quartz dépend pour une grande part du nombre de résonateurs qu'ils comportent. Il ne sera donc jamais de l'intérêt de l'utilisateur de spécifier un gabarit de filtrage meilleur que celui qui lui est nécessaire.

## II - FILTRES A QUARTZ

Les méthodes modernes de calcul qui permettent d'accéder à des circuits plus complexes et les techniques de fabrication actuelles qui garantissent aux résonateurs une haute qualité, confèrent aux filtres à quartz un intérêt sans cesse grandissant. Performances, stabilité en température, comportement au vieillissement, fiabilité et faible encombrement sont les caractéristiques des filtres à quartz actuellement fabriqués.

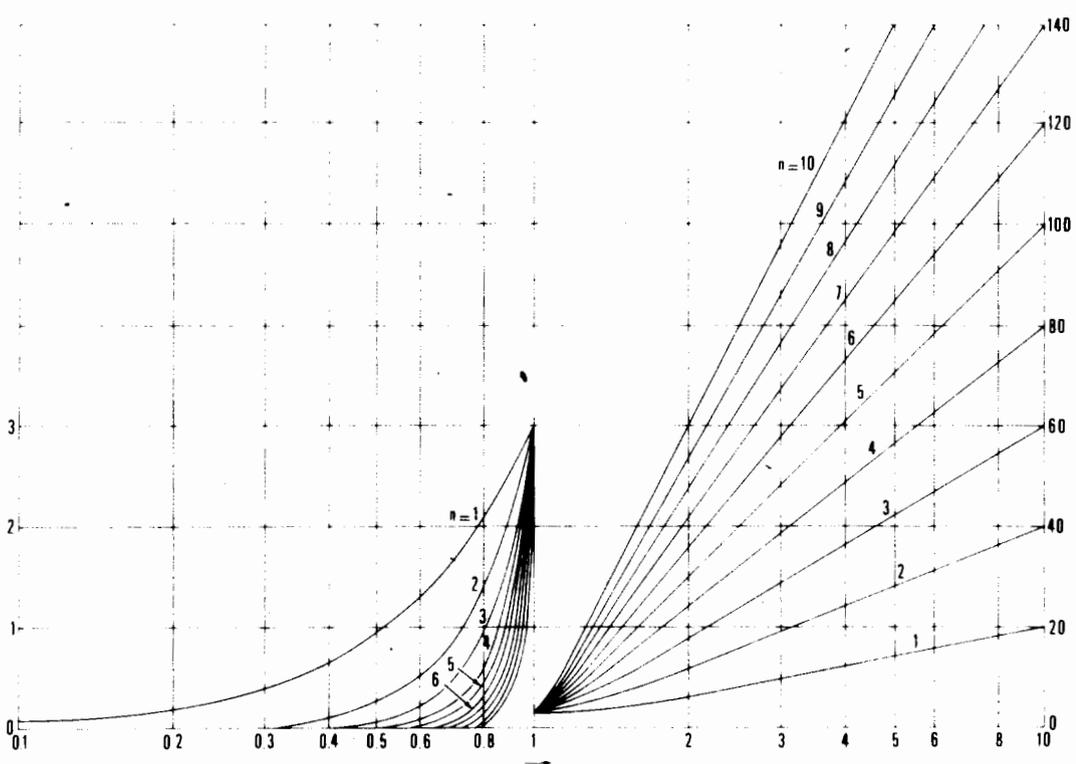
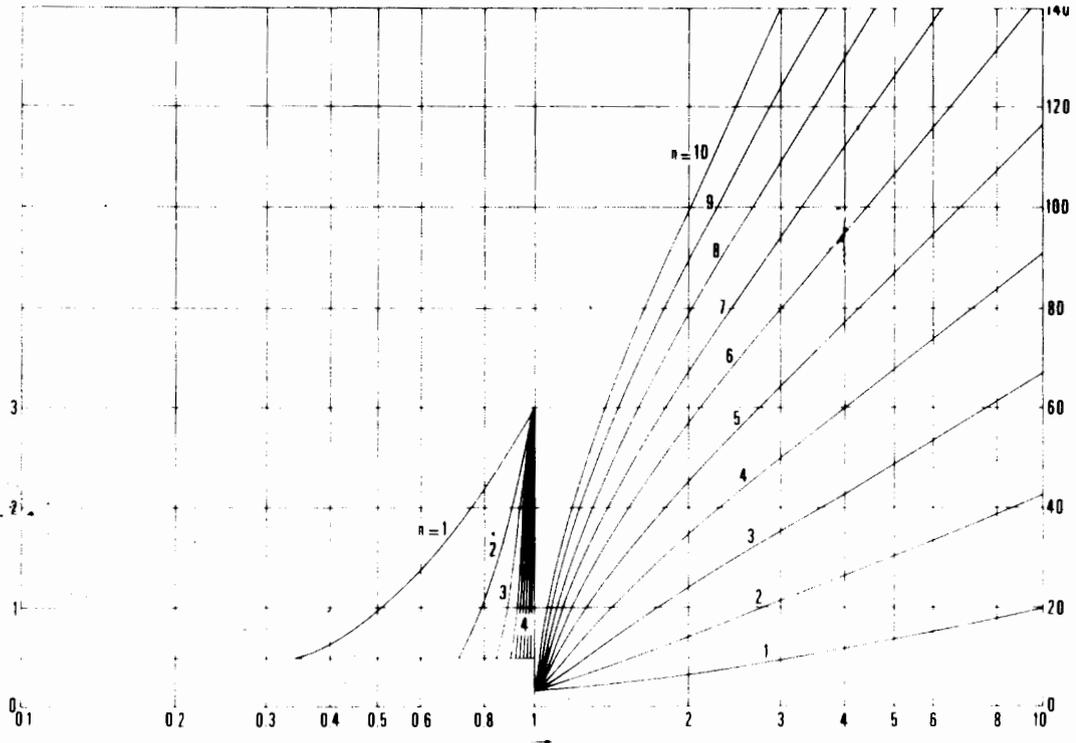
Élément passif, le filtre à quartz est un cas particulier des filtres RLC avec cette différence que les résistances  $R$  des composants sont en général négligeables et que les inductances  $L$  ont des valeurs telles qu'on ne sait pas les réaliser avec les meilleurs bobinages connus actuellement.

Les difficultés rencontrées par l'introduction d'un cristal de quartz dans un filtre sont dues au circuit équivalent de ce cristal qui constitue un ensemble indivisible : il comporte en effet une inductance  $L$ , une capacitance  $C$  et une résistance  $R$  en série avec, en parallèle sur ces trois grandeurs, une seconde capacitance  $C_0$  (fig. 1).



Si la valeur élevée de la quantité  $\frac{L}{R}$  autorise des bandes passantes très étroites, on n'en est pas moins assez rapidement limité dans l'association de telles cellules. Pratiquement, on ne réalise donc guère que des filtres passe fréquence, passe bande, coupe fréquence et coupe bande auxquels le coefficient de température particulièrement bas du quartz assure une excellente stabilité.

Atténuation des filtres en fonction du nombre de cristaux.



### 1/ Filtres monolithiques bipolaires

Les filtres monolithiques bipolaires sont constitués par une lame de quartz unique sur laquelle sont déposés deux résonateurs selon une disposition géométrique déterminée à partir de programmes traités par ordinateur. Les fonctions de transfert utilisées sont de type BUTTERWORTH, TSCHEBYSCHOFF ou BESSEL. Le couplage entre les deux résonateurs est assuré par la zone non métallisée qui les sépare (couplage acoustique). Les cellules monolithiques bipolaires constituent les cellules de base des filtres semi-monolithiques. Les filtres monolithiques permettent une miniaturisation encore plus poussée tout en conservant les avantages déjà connus des filtres à quartz.

### 2/ Filtres semi monolithiques

Les filtres semi-monolithiques sont réalisés par la mise en cascade de deux ou plusieurs cellules bipolaires. Les seuls éléments discrets sont alors les capacités de liaison entre cellules.

### III - FILTRES A CRISTAL YIG

Le YIG se présente sous la forme d'une sphère polie, taillée dans un grenat, composé d'Ythrium et de fer. Ce sont les initiales anglaises Ythrium-Iron-Garnet qui lui donnent son nom.

Ce matériau est assimilé à une ferrite ayant une propriété particulière de résonance ferromagnétique. On peut imaginer ce que représente physiquement la résonance ferromagnétique en assimilant chaque molécule de la ferrite à un dipôle magnétique constitué lui-même d'un circuit résonnant fictif (self-condensateur) ayant une fréquence de résonance déterminée.

En l'absence de toute influence extérieure, les dipôles magnétiques sont orientés au hasard. Lorsqu'un champ magnétique externe apparaît, d'une part, les dipôles s'orientent tous dans la direction du champ (comme le font les dipôles/molécules de fer dans un barreau de fer doux soumis à un champ magnétique), d'autre part, la fréquence de résonance ferromagnétique, définie par les circuits résonnants, associés aux dipôles, varie avec l'intensité du champ.

Il y a donc deux propriétés essentielles :

1/ Fréquence de résonance du matériau (définie essentiellement par le diamètre de la sphère).

2/ Variation de cette fréquence de résonance par l'application d'un champ magnétique externe.

#### APPLICATIONS

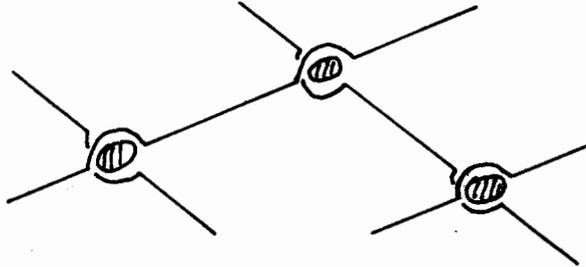
Les fréquences de résonance sont d'ordre très élevé (du GHz à quelques dizaines de GHz) ; aussi l'emploie-t-on essentiellement dans la transmission ou la génération de signaux à fréquence très élevées. Les billes de YIG sont utilisées dans l'élaboration de filtres ou d'oscillateurs.

## FILTRES YIG

La propriété de résonance trouve son application première dans les filtres. En effet, le couplage entre deux circuits est très facile à réaliser, il est assimilable au couplage électromagnétique et l'on peut comparer les schémas ci-dessous :

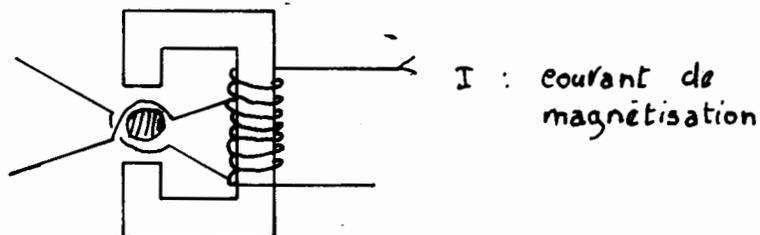


Le couplage entre L1 et L2 (perpendiculaires entre eux) est assuré par Y qui est une bille de YIG. La résonance du circuit est la fréquence de résonance du YIG. On réalise des filtres en associant plusieurs circuits similaires comme le montre le schéma ci-dessous.



Les coefficients de surtension couramment obtenus dans un circuit couplé avec une bille de YIG sont de l'ordre de 1000 à 1 GHz et augmentent proportionnellement avec la fréquence, il atteint  $10^4$  à 10 GHz.

On a vu plus haut que la fréquence de résonance varie proportionnellement à l'intensité d'un champ magnétique externe, on peut donc obtenir un accord précis de la fréquence de résonance en soumettant le circuit couplé à un champ magnétique variable. Le circuit est inséré dans l'entrefer d'un circuit magnétique. Les variations obtenues en général sont de l'ordre de 20 MHz/mA. Les plages de variation sont relativement larges, puisque il est courant d'utiliser des YIG variant de 8 à 12 GHz.



#### IV - FILTRES PIEZO-CERAMIQUES

Les filtres piézo-électriques à fréquence fixe sont des composants présentant les propriétés des circuits oscillants. Le système oscillant comprend deux disques polarisés, en céramique au titanate-zirkonate de plomb qui, excités par une tension alternative, entrent en vibration radialement.

L'entrée et la sortie du quadripôle sont isolées galvaniquement. Une électrode centrale de grande surface découple le disque passif de l'actif. En dehors de la bande passante, les résonances perturbatrices sur ondes voisines, dues aux capacités parasites, sont largement évitées. Les impédances d'entrée et de sortie sont maintenues à une faible valeur. Les filtres conviennent donc avant tout comme organe de couplage sélectif pour les amplificateurs F.I. à transistors. Les champs de fuite magnétiques demeurent sans influence sur le fonctionnement du filtre qui conserve en outre une haute stabilité dans le temps.

La variation de la fréquence médiane de bande avec la température est insignifiante. Les contacts des électrodes sont soudables au fer ou électriquement. La tenue mécanique et le fonctionnement électrique sont sûrs. Chaque filtre peut être échangé contre un autre du même type sans nécessiter une correction de l'accord. Les dimensions correspondent à celles d'un transistor en boîtier T05. Les impédances et les coefficients de qualité sont modifiables dans certaines limites.

La largeur de bande, la fréquence médiane de bande et la sélectivité sont dépendantes des résistances terminales du filtre (quadripôle).

## V - FILTRE DIGITAL

Ces filtres ont pour but d'opérer un filtrage complexe sur un signal au départ analogique ou sur un grand nombre de signaux. Ces filtrages sont rapides, précis et d'un prix de revient relativement faible.

### 1/ Méthode de filtrage digital

Il existe deux méthodes de filtrage digital, la plus couramment utilisée fait appel à des filtres analogiques, soit spécifiques, soit universels et réglables (solution limitée par les dérives en température). Dans la seconde (numérique), les données analogiques sont numérisées avant d'être traitées par ordinateur.

L'information analogique à filtrer est préalablement échantillonnée, chaque échantillon constituant un mot dont la longueur est en principe de 16, 20 ou 24 bits.

On dispose donc d'une information binaire constituée par la succession d'une série de mots de "n" bits.

C'est cette information numérique binaire que l'on applique au filtre digital proprement dit.

Ce dernier assure un traitement numérique des mots suivant la fonction de transfert correspondant au filtrage à opérer.

Cela fait, les mots sont reconvertis en échantillons d'amplitude discrète qui permettent de reconstituer un signal analogique - mais filtré - en fin de chaîne. Il est possible de choisir des structures récursives (pôles et zéros) ou non récursives (zéros seulement). On obtient avec les premières des affaiblissements importants sur les bandes de fréquence étroites et, avec les secondes, des réponses impulsionnelles finies, des caractéristiques de phase linéaire précises, etc.

Les composants de base du système étant du deuxième ordre, leur combinaison permet d'obtenir un nombre quelconque de filtres de n'importe quel ordre.

Le traitement peut prendre différentes formes dites canoniques dans la mesure où elles nécessitent un nombre minimum d'opérateurs digitaux pour réaliser le transfert voulu.

En fait, plusieurs voies peuvent être centralisées ; le filtre digital opérant après multiplexage, la fonction de transfert propre à chacune d'elles. Une seule limite : le produit du nombre de canaux par la bande passante utile de chacun d'eux ne peut dépasser une certaine valeur prédéterminée.

Cependant, si le taux de répétition des bits (nombre de bits par mot multiplié par la vitesse d'échantillonnage) est beaucoup plus faible que la vitesse propre des C.I. digitaux, il est possible de multiplexer le filtre pour l'utiliser de façon plus efficace. Dans ces conditions, ou bien le filtre agit sur plusieurs canaux d'entrée, ou bien il opère des transferts complexes avec un nombre restreint d'opérateurs, les deux formules pouvant être, si nécessaire, combinées.

## 2/ Constitution et fonctionnement

En pratique, le filtre digital est composé à partir de trois sous-ensembles standard (technique L.S.I.) : registres à décalage, additionneurs et multiplieurs.

Les interconnexions de ces modules sont variables à l'infini ; elles permettent la réalisation d'une très vaste gamme de filtres et laissent toute liberté de choix quant à la précision exigée pour les coefficients et les données.

Il est toujours possible, par une distribution adéquate série-parallèle de l'information, d'accéder à une configuration optimale telle que la vitesse de traitement ne soit plus limitée que par la vitesse des circuits digitaux et non par la vitesse de transfert des retenues.

Le fonctionnement du système est rythmé par une horloge dont la fréquence de travail est de 8 MHz.

Dans le cas précis où le mot comprend 16 bits, c'est donc 500 000 échantillons qu'il est théoriquement possible de traiter par seconde.

Mais, l'échantillonnage s'effectuant généralement à une fréquence double de la fréquence nécessaire, la bande passante réelle est de 250 kHz pour un signal simple qui serait seul à être traité.

La longueur des mots varie de 16 à 24 bits et celle des coefficients est programmable jusqu'à 16 bits. Il en résulte que la multiplication d'un mot par un coefficient peut dépasser la capacité maximum admissible.

Dans ce cas, le système abandonne automatiquement les digits de plus faibles poids du chiffre binaire obtenu, lequel reste toujours ainsi à l'intérieur des limites imposées.

Si les filtres digitaux fonctionnent de façon parfaitement autonome, ils n'en sont pas moins pilotables extérieurement par un calculateur, qui alors fournit les coefficients à considérer pour l'exécution des fonctions de transfert. A ce titre, il est important de noter que les filtres peuvent être modifiés pour réaliser une grande diversité de formes de filtres, de fonctions de transfert, de schémas de multiplexage et de rapports signal/bruit. Il suffit pour cela d'agir uniquement au niveau des coefficients de mémoire, des signaux de synchronisation et des décalages.